•۱- ۲/۵۰mol از نمونه‌ای از یک گاز آرمانی به طور برگشت‌پذیر و تکدما در دمای ۳۶۰K منبسط می‌شود تا حجم آن دو برابر شود. افزایش انتروپی گاز چقدر است؟ ILW

حل: تغییر انرژی درونی فرآیند تکدما صفر است، پس

$$Q=W=\int pdV=nRT\ln\frac{V_۲}{V_۱}=nRT\ln ۲$$
$$=(۲/۵)(۸/۳۱)(۳۶۰)\ln ۲=۵۱۸۶/۵J$$
$$\Delta S=\frac{Q}{T}=\frac{۵۱۸۶/۵}{۳۶۰}=۱۴/۴J/k$$

•۲- اگر انتروپی یک گاز آرمانی در انبساط تکدمای برگشت‌پذیر در دمای ۱۳۲°C برابر با ۴۶/۰J/K باشد، چقدر انرژی باید به صورت گرما انتقال یابد؟

حل: $\Delta S=\frac{Q}{T}\Rightarrow Q=\Delta S\cdot T=۴۶(۲۷۳+۱۳۲)=۱۸۶۳۰J$

•۳- (الف) انرژی جذب شده به صورت گرما و (ب) تغییر در انتروپی یک قطعهٔ ۲/۰۰kg مسی را که دمای آن به طور برگشت‌پذیر از ۲۵/۰°C تا ۱۰۰°C افزایش می‌یابد، پیدا کنید. گرمای ویژهٔ مس ۳۸۶J/kg·K است. ILW

حل: (الف) $Q=mc\Delta T=mc(T_۲-T_۱)=۲(۳۸۶)(۱۰۰-۲۵)$

$$=۵۷۹۰۰J$$

(ب) $\Delta S=\int\frac{dQ}{T}=\int\frac{mcdT}{T}=mc\ln T\Big|_{T=۲۹۸}^{۳۷۳}$

$$=۲(۳۸۶)\ln\frac{۳۷۳}{۲۹۸}=۱۷۳/۳J/k$$

•۴- (الف) تغییر انتروپی یک قطعه یخ به جرم ۱۲/۰g که در یک سطل آب که دمای آن اندکی بالاتر از نقطهٔ انجماد آب است به طور کامل ذوب می‌شود، چقدر است؟ (ب) تغییر انتروپی یک قاشق آب به جرم ۵/۰۰g که روی صفحهٔ داغی که دمای آن اندکی بالاتر از نقطهٔ جوش آب است به طور کامل تبخیر شود، چقدر است؟

حل: (الف) ذوب یخ فرآیندی تکدما است، لذا

$$\Delta S_۱=\frac{Q_F}{T}=\frac{mL_F}{T}=\frac{(۱۲\times۱۰^{-۳})(۳۳۳\times۱۰^{۳})}{۲۷۳}=۱۴/۶۴J/K$$

(ب) جوشیدن آب فرآیندی تکدما است، لذا

$$\Delta S=\frac{Q_v}{T}=\frac{mL_v}{T}=\frac{(۵\times۱۰^{-۳})(۲۲۵\times۱۰^{۳})}{۳۷۳}=۳۰/۲۴J/K$$

•۵- فرض کنید ۴/۰۰mol از یک گاز آرمانی با انبساط تکدما از حجم $V_۱$ به حجم $V_۲=۲/۰۰V_۱$ در دمای $T=۴۰۰K$ می‌رود. (الف) کار انجام شده به وسیلهٔ گاز و (ب) تغییر انتروپی گاز را پیدا کنید. (پ) اگر انبساط برگشت‌پذیر و به جای تکدما بی‌دررو باشد، تغییر انتروپی گاز چقدر است؟ SSM

حل: (الف) فرآیند تکدماست. پس

$$W=\int pdV=\int_{V_۱}^{۲V_۱}\frac{nRTdV}{V}=nRT\ln ۲$$
$$W=۴(۸/۳۱)(۴۰۰)\ln ۲=۹۲۲۱J$$

(ب) از آنجا که فرآیند تک دماست. لذا

$$\Delta E_{int}=۰\Rightarrow Q=W$$
$$\Delta S=\frac{Q}{T}=\frac{W}{T}=\frac{۹۲۲۱}{۴۰۰}=۲۳/۱J/K$$

(پ) آنتروپی برای فرآیند بی‌دررو برگشت پذیر صفر است.

$$\Delta S=\oint\frac{dQ}{T}=۰$$

•۶- حجم یک گاز آرمانی در انبساط تکدمای برگشت‌پذیر در ۷۷/۰°C از ۱/۳۰L به ۳/۴۰L افزایش می‌یابد. تغییر انتروپی گاز ۲۲/۰J/K است. چند مول از گاز وجود داشته است.

حل: فرآیند تکدماست،

$$\Delta S=\frac{Q}{T}\Rightarrow Q=\Delta S\cdot T=۲۲(۷۷+۲۷۳)=۷۷۰۰J$$
$$\Delta E_{int}=۰\Rightarrow Q=W=nRT\ln\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)$$
$$n=\frac{Q}{RT\ln\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)}=\frac{۷۷۰۰}{(۸/۳۱)(۷۷+۲۷۳)\ln\left(\frac{۳/۴}{۱/۳}\right)}=۲/۷۵mol$$

•۷- در آزمایشی، ۲۰۰g آلومینیوم (با گرمای ویژهٔ ۹۰۰J/kg·K) در دمای ۱۰۰°C با ۵۰/۰g آب در دمای ۲۰/۰°C، در ظرفی که از نظر گرمایی عایق بندی شده است مخلوط می‌شود. (الف) دمای تعادل چقدر است؟ تغییر انتروپی (ب) آلومینیوم، (پ) آب و (ت) دستگاه آلومینیوم- آب چقدر است؟ SSM WWW

حل: T_f ، دمای تعادل نهایی است.

$$Q_{Al}+Q_{H_۲O}=۰$$
$$m_{Al}C_{Al}(T_f-T_{Al})+m_{H_۲O}C_{H_۲O}(T_f-T_{H_۲O})=۰$$
$$T_f=\frac{m_{Al}C_{Al}T_{H_۲O}+m_{H_۲O}C_{H_۲O}T_{Al}}{m_{Al}C_{Al}+m_{H_۲O}C_{H_۲O}}$$
$$T_f=\frac{(۰/۲)(۹۰۰)(۱۰۰)+(۰/۰۵)(۴۱۹۰)(۲۰)}{(۰/۲)(۹۰۰)+(۰/۰۵)(۴۱۹۰)}=۵۷°C$$
$$=۳۳۰K$$

(ب) $\Delta S_{Al}=\int\frac{dQ}{T}=m_{Al}c_{Al}\int_{۲۷۳}^{۳۳۰}\frac{dT}{T}=(۰/۲)(۹۰۰)\ln\frac{۳۳۰}{۳۷۳}$

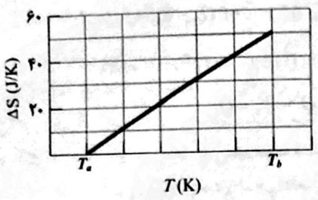
$$=-۲۲J/K$$

(پ) $\Delta S_{H_۲O}=\int\frac{dQ}{T}=m_{H_۲O}c_{H_۲O}\int_{۲۹۳}^{۳۳۰}\frac{dT}{T}$

$$=(۰/۰۵)(۴۱۹۰)\ln\frac{۳۳۰}{۲۹۳}=۲۴/۹J/K$$

(ت) $\Delta S_{tot}=\Delta S_{Al}+\Delta S_{H_۲O}=(-۲۲)+۲۴/۹=۲/۹۱J/K$

••۸- قطعه‌ای به جرم ۳۶۴g در تماس با یک منبع گرمایی قرارداده شده است. در آغاز دمای اولیهٔ قطعه از منبع کمتر است. فرض کنید انتقال انرژی به صورت گرما از منبع به قطعه برگشت‌پذیر است. شکل ۱۶-۲۲ تغییر در انتروپی ΔS قطعه را تا رسیدن به تعادل گرمایی نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با $T_a=۲۸۰K$ ، $T_b=۳۸۰K$ مشخص شده است. گرمای ویژهٔ قطعه چقدر است؟



شکل ۱۶-۲۲ مسئلهٔ ۸

حل: $\Delta S=mc\int_{T_۱}^{T_۲}\frac{dT}{T}=mc\ln\frac{T_۲}{T_۱}$

$$(۵۰-۰)=(۰/۳۶۴)c\ln\left(\frac{۳۸۰}{۲۸۰}\right)\Rightarrow c=۴۵۰J/kg\cdot K$$

••۹- در فرایند برگشت‌ناپذیر شکل ۱۶-۵، دمای اولیهٔ قطعه‌های مشابه L و R به ترتیب ۳۰۵/۵K و ۲۹۴/۵K است و میان قطعه‌ها برای رسیدن به دمای تعادل ۲۱۵J انرژی مبادله می‌شود. در فرایندهای برگشت ناپذیر شکل ۱۶-۶ تغییر انتروپی ΔS برای (الف) قطعهٔ L ، (ب) منبع آن، (پ) قطعهٔ R ، (ت) منبع آن، (ث) دستگاه دو قطعه‌ای و (ج) دستگاه دو قطعه‌ای و دو منبع، چقدر است؟

حل: (الف) $T_f=\frac{T_R+T_L}{۲}=\frac{۲۹۴/۵+۳۰۵/۵}{۲}=۳۰۰k$

$$Q=mc\Delta T\Rightarrow m=\frac{Q}{c\Delta T}=\frac{۲۱۵}{(۳۸۶)(۳۰۰-۲۹۴)}=۰/۱۰۱kg$$
$$\Delta S_L=\int\frac{dQ}{T}=mc\int_{۳۰۵/۵}^{۳۰۰}\frac{dT}{T}=(۰/۱۰۱)(۳۸۶)\ln\frac{۳۰۰}{۳۰۵/۵}$$
$$=-۰/۷۱J/K$$

(ب) تغییر آنتروپی منبع برابر آنتروپی جسم L است و تنها علامت آن بدلیل اینکه اثری گرمایی دریافت کرده است، تغییر می‌کند.

$$\Delta S_{S_L}=۰/۷۱J/K$$

(پ) $\Delta S_R=\int\frac{dQ}{T}=mc\int_{۲۹۴/۵}^{۳۰۰}\frac{dT}{T}=(۰/۱۰۱)(۳۸۶)\ln\frac{۳۰۰}{۲۹۴/۵}$

$$=۰/۷۲۳J/K$$

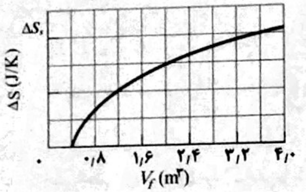
(ت) $\Delta S_{S_R}=-۰/۷۲۳J/K$

(ث) $\Delta S_{R,L}=\Delta S_R+\Delta S_L=۰/۷۲۳-۰/۷۱=۰/۰۱۳J/K$

(ج) $\Delta S_{tot}=\Delta S_R+\Delta S_{S_R}+\Delta S_L+\Delta S_{S_L}$

$$=۰/۷۲۳-۰/۷۲۳-۰/۷۱+۰/۷۱=۰$$

••۱۰- نمونه‌ای از یک گاز به طور تکدمای برگشت پذیر منبسط می‌شود. شکل ۱۶-۲۳ تغییر ΔS در انتروپی گاز را برحسب حجم نهایی V_f گاز به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $\Delta S_s=۶۴J/K$ مشخص شده است. چند مول در نمونه وجود دارد؟



شکل ۱۶-۲۳ مسئلهٔ ۱۰

حل: تغییر آنتروپی گاز کامل بصورت زیر است و جملهٔ دوم بدلیل تکدما بودن فرآیند صفر است.

$$\Delta S=nR\ln\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)+nC_v\ln\left(\frac{T_۲}{T_۱}\right)$$
$$\Delta S=nR\ln\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)\Rightarrow n=\frac{\Delta S}{R\ln\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)}$$
$$n=\frac{(۶۴-۳۲)}{(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۳/۶}{۱/۲}\right)}=۳/۵۱\,mol$$

••۱۱- یک قطعهٔ مسی به جرم ۵۰/۰g و با دمای ۴۰۰K در یک جعبهٔ عایق‌بندی محتوی یک قطعهٔ سربی به جرم ۱۰۰g با دمای ۲۰۰K قرار داده شده است. (الف) دمای تعادل دستگاه دو قطعه چقدر است؟ (ب) تغییر در انرژی درونی دستگاه میان حالت اولیه و حالت تعادل چقدر است؟ (پ) تغییر در انتروپی دستگاه چقدر است؟ (به جدول ۱۴-۳ نگاه کنید.) ILW

حل: (الف) $Q_{Cu}+Q_{Pb}=۰$

$$m_{Cu}c_{Cu}(T_f-T_{Cu})+m_{Pb}c_{Pb}(T_f-T_{Pb})=۰$$
$$T_f=\frac{m_{Cu}c_{Cu}T_{Cu}+m_{Pb}c_{Pb}T_{Pb}}{m_{Cu}c_{Cu}+m_{Pb}c_{Pb}}$$
$$=\frac{(۰/۰۵)(۳۸۶)(۴۰۰)+(۰/۱)(۱۲۸)(۲۰۰)}{(۰/۰۵)(۳۸۶)+(۰/۱)(۱۲۸)}$$
$$T_f=۳۲۰K$$

(ب) از آنجا که جعبه عایق است، هیچ تعادلی با دمای بیرون ندارد، لذا تغییر انرژی درونی سیستم صفر است.

$$\Delta E_{int}=۰$$

(پ) $\Delta S_{Cu}=\int\frac{dQ}{T}=m_{Cu}c_{Cu}\int_{T_{Cu}}^{T_F}\frac{dT}{T}=(۰/۰۵)(۳۸۶)\ln\left(\frac{۳۲۰}{۴۰۰}\right)$

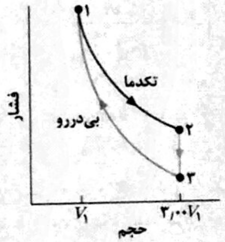
$$=-۴/۳J/K$$
$$\Delta S_{Pb}=\int\frac{dQ}{T}=m_{Pb}c_{Pb}\int_{T_{Pb}}^{T_F}\frac{dT}{T}=(۰/۱)(۱۲۸)\ln\left(\frac{۳۲۰}{۲۰۰}\right)$$
$$=۶/۰۲J/K$$
$$\Delta S_{tot}=\Delta S_{Cu}+\Delta S_{Pb}=(-۴/۳)+۶/۰۲=۱/۷۲J/K$$

••۱۲- در دماهای خیلی پایین، گرمای ویژهٔ مولی C_V بسیاری از جامدها تقریباً $C_V=AT^۳$ است، که در آن A به مادهٔ خاص

بستگی دارد. در آلومینیوم $A = 3.15\times10^{-5}\ \text{J/mol}\cdot\text{K}^4$ است. تغییر انتروپی ۴/۰۰mol آلومینیوم را وقتی دمای آن از ۵/۰۰K به ۱۰/۰K برسد، پیدا کنید.

حل:
$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{nC_V dT}{T} = \frac{nAT^3}{T}dT = nAT^2 dT$$
$$\Delta S = nA\int_a^b T^2 dT = \frac{nA}{3}T^3\Big|_5^{10} = 0.037\ \text{J/K}$$

۱۳••- برای n مول از یک گاز آرمانی دو اتمی که چرخهٔ شکل ۱۶-۲۴ را با چرخش مولکولها و بدون نوسان می‌پیماید، و در آن $V_3 = 3.00V_1$ (الف) p_2/p_1، (ب) p_3/p_1 و (پ) T_3/T_1 چقدر است؟ در مسیر ۲←۱، (ت) W/nRT_1، (ث) Q/nRT_1، (ج) $\Delta E_{int}/nRT_1$ و (چ) $\Delta S/nR$ چقدر است؟ در مسیر ۳←۲، (ح) W/nRT_1، (خ) Q/nRT_1، (د) $\Delta E_{int}/nRT_1$ (ذ) $\Delta S/nR$ چقدر است؟ در مسیر ۱←۳ (ر) W/nRT_1، (ز) Q/nRT_1، (ژ) $\Delta E_{int}/nRT_1$، (س) $\Delta S/nR$ چقدر است؟



شکل ۱۶-۲۴ مسئلهٔ ۱۳

حل: (الف) فرآیند ۲←۱ تکدماست.
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3} = 0.333$$

(ب) فرآیند ۱←۳ بی‌دررو است،
$$\frac{p_3}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma} \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1.4} = 0.215$$

(پ)
$$\frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.4} = 0.644$$

(ت)
$$W = nRT_1\ln\frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{W}{nRT_1} = \ln\frac{3V_1}{V_1} = \ln 3 \simeq 1.1$$

(ث)
$$\Delta E_{int_1}(\text{تکدما}) = 0 \Rightarrow Q = W$$
$$\frac{Q}{nRT_1} = \frac{W}{nRT_1} = 1.1$$

(ج)
$$\frac{\Delta E_{int_1}}{nRT_1} = \frac{0}{nRT_1} = 0$$

(چ)
$$\Delta S_1 = \frac{Q}{T_1} \Rightarrow \Delta S_1 = \frac{1.1nRT_1}{T_1} = 1.1nR$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta S_1}{nR} = 1.1$$

(ح) فرآیند ۳←۲ تک حجم است و کار در این فرآیند صفر است.
$$W_2 = 0 \Rightarrow \frac{W_2}{nR_1} = 0$$

(خ)
$$CV = \frac{5}{2}R \ (\text{گاز دو اتمی})$$
$$Q_2 = nC_V\,\Delta T = \frac{5}{2}nR(T_3 - T_2) = 2.5nR(0.644T_1 - T_1)$$
$$\Rightarrow \frac{Q_2}{nRT_1} = (2.5)(-0.356) = -0.89$$

(د)
$$\Delta E_{int_2} = Q_2 - W_2 = Q_2$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta E_{int_2}}{nRT_1} = -0.89$$

(ذ)
$$\Delta S_2 = nC_V\ln\frac{T_3}{T_2} = \frac{5}{2}nR\ln\frac{0.644T_1}{T_1}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta S_2}{nR} = 2.5\ln 0.644 = -1.1$$

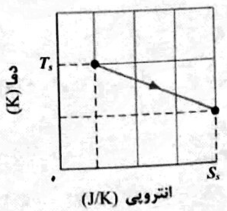
(ر) فرآیند ۱←۳ بی‌دررو است، لذا
$$Q_3 = 0\ ,\ W_3 = -\Delta E_{int_3} = -nC_V\Delta T$$
$$W_3 = -\frac{5}{2}nR(T_1 - T_3) = -\frac{5}{2}nR(T_1 - 0.644T_1) = -0.89\,nRT_1$$
$$\frac{W_3}{nRT_1} = -0.89$$

(ز)
$$\frac{Q_3}{nRT_1} = 0$$

(ژ)
$$\Delta E_{int_3} = -W_3 \Rightarrow \frac{\Delta E_{int_3}}{nRT_1} = 0.89$$

(س) از آنجا که فرآیند بی‌دررو است و $Q_3 = 0$ ، $\Delta S_3 = 0$ می‌باشد.
$$\frac{\Delta S_3}{nR} = 0$$

۱۴••- ۲/۰۰mol از یک گاز تک اتمی آرمانی فرایند نشان داده شدهٔ در شکل ۱۶-۲۵ را به طور برگشت پذیر انجام می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $T_s = 400.0\ \text{K}$ و مقیاس محور افقی با $S_s = 20.0\ \text{J/K}$ مشخص شده است. (الف) چقدر انرژی به صورت گرما توسط گاز جذب می‌شود؟ (ب) تغییر در انرژی درونی گاز چقدر است؟ (ب) کار انجام شده به وسیلهٔ گاز چقدر است؟



شکل ۱۶-۲۵ مسئلهٔ ۱۴

حل: (الف) انرژی گرمایی مساحت زیر نمودار $T - S$ است.
$$Q = \frac{1}{2}(200 + 400)(20 - 5) = 4500\ \text{J}$$

(ب)
$$\Delta E_{int} = nC_V\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}(2)(8.31)(200 - 400)$$
$$\Delta E_{int} = -4986\ \text{J}$$

(پ)
$$\Delta E_{int} = Q - W \Rightarrow W = Q - \Delta E_{int}$$
$$W = 4500 - (-4986) = 9486\ \text{J}$$

۱۵••- یک قطعهٔ یخ به جرم ۱۰g با دمای ‎-۱۰°C‎ در استخر آبی با دمای ۱۵°C انداخته می‌شود. تغییر در انتروپی دستگاه قطعه- استخر را وقتی که قطعه یخ با استخر به حالت تعادل در می‌آید محاسبه کنید. گرمای ویژهٔ یخ ۲۲۲۰J/kg·K است (*راهنمایی*: آیا قطعه یخی بر دمای استخر تأثیر می‌گذارد؟)

حل: دمای تعادل همان دمای اولیهٔ استخر است چون جرم آب استخر در مقایسه با جرم یخ بسیار زیاد است. اندیس ۱ برای آب و اندیس ۲ برای یخ انتخاب می‌شود.

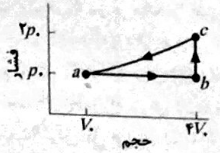
تبدیل یخ ‎-۱۰°C‎ به یخ صفر درجه:
$$\Delta S_1 = \int\frac{dQ}{T} = mc\int_{263}^{273}\frac{dT}{T} = (10\times10^{-3})(2220)\ln\left(\frac{273}{263}\right)$$
$$= 0.82\ \text{J/K}$$

تبدیل یخ صفر به آب صفر درجه؛
$$\Delta S_1' = \frac{Q}{T} = \frac{mL_F}{T} = \frac{(0.01)(333000)}{273} = 12.2\ \text{J/K}$$

تبدیل آب صفر به آب ۱۵ درجه؛
$$\Delta S_1'' = \int\frac{dQ}{T} = mc'\int_{273}^{288}\frac{dT}{T} = (10\times10^{-3})(4190)\ln\frac{288}{273}$$
$$= 2.24\ \text{J/K}$$

انرژی دریافتی یخ برابر انرژی گرمایی است که آب استخر از دست می‌دهد. لذا تغییر آنتروپی آب استخر برابر است با
$$\Delta S_2 = -\frac{mc(10) + mL_F + mc'(15)}{T}$$
$$= -\frac{(0.01)[(22200) + (333000) + (4190\times15)]}{288}$$
$$= -14.5\ \text{J/K}$$
$$\Rightarrow \Delta S_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_1' + \Delta S_1'' + \Delta S_2$$
$$= 0.82 + 12.2 + 2.24 - 14.5 = 0.76\ \text{J/K}$$

۱۶••- (الف) ۱/۰mol گاز آرمانی تک اتمی چرخهٔ شکل ۱۶-۲۶ را طی می‌کند، وقتی که گاز از حالت a به حالت c در راستای مسیر abc برود W/p_0V_0 چقدر است؟ $\Delta E_{int}/p_0V_0$ در طول (ب) از b به c و (پ) در یک چرخهٔ کامل چقدر است؟ ΔS در طول (ت) از b به c و (ث) در یک چرخهٔ کامل چقدر است؟



شکل ۱۶-۲۶ مسئلهٔ ۱۶

حل: (الف) فرآیند ab تک فشار و فرآیند bc تک حجم است.
$$W_{bc} = 0$$

$$W = W_{ab} + W_{bc} = p\Delta V = p_0(4V_0 - V_0) = 3p_0V_0$$
$$\frac{W}{p_0V_0} = 3$$

(ب)
$$\Delta E_{int} = Q - W = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}V\Delta P$$
$$\Rightarrow \Delta E_{int} = \frac{3}{2}(4V_0)(p_0) = 6p_0V_0$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta E_{int}}{p_0V_0} = 6$$

(پ) تغییر انرژی درونی چرخهٔ کامل صفر است،
$$\Delta E_{int} = 0$$

(ت) در فرآیند bc داریم؛
$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{p_f}{p_i}\ (\text{در فرآیند تک حجم})$$
$$\Delta S = nC_V\ln\frac{T_f}{Ti} = 1\left(\frac{3}{2}\right)(8.31)\ln\left(\frac{2p_0}{p_0}\right) = 8.64\ \text{J/K}$$

(ث) در کل چرخه $\Delta S = 0$ است.

۱۷••- آمیزه‌ای از ۱۷۷۳g آب و ۲۲۷g یخ در حالت تعادل اولیه با دمای ۰/۰۰۰°C قرار دارند. سپس، این آمیزه در یک فرایند برگشت پذیر به حالت تعادل بعدی که در آن در دمای ۰/۰۰۰°C نسبت جرمی آب به یخ برابر با ۱/۰۰:۱/۰۰ است برده می‌شود. (الف) تغییر انتروپی دستگاه را در طی این فرایند محاسبه کنید (گرمای ذوب آب ۳۳۳kJ/kg است). (ب) سپس، این دستگاه با یک فرایند برگشت ناپذیر (مثلاً با استفاده از شعلهٔ چراغ) به حالت تعادل اولیه برگردانده می‌شود. تغییر انتروپی دستگاه را در طی این فرایند محاسبه کنید. (پ) آیا پاسخهای شما با قانون دوم ترمودینامیک سازگاری دارند؟

حل: مجموع جرم آب و یخ برابر است با:
$$m_0 = 1773 + 227 = 2000\ \text{g}$$

جرم آب و یا یخ نیز بصورت زیر است:
$$m_1 = m_2 = \frac{m_0}{2} = 1000\ \text{g}$$

جرم آبی که به یخ تبدیل شده است برابر است با:
$$m = 1773 - 1000 = 773\ \text{g}$$

(الف) تغییر آنتروپی آب صفر به یخ صفر برابر است با؛
$$\Delta S = -\frac{Q}{T} = -\frac{mL_F}{T} = \frac{-(0.773)(333000)}{273} = -942.9\ \text{J/K}$$

(ب) تغییر آنتروپی تبدیل یخ صفر به آب صفر برابر است با:
$$\Delta S_1 = \frac{Q}{T} = \frac{mL_F}{T} = \frac{(0.773)(333000)}{273} = 942.9\ \text{J/K}$$

(پ) بله زیرا با در نظر گرفتن تغییر آنتروپی محیط، مجموع تغییر آنتروپی‌ها مثبت است. (تغییر آنتروپی که شعله چراغ ایجاد می‌کند با مجموع این دو تغییر آنتروپی که برابر صفرند در نظر گرفته می‌شود).

۱۸●●- قطعه یخی به جرم $۸/۰\,g$ در دمای -۱۰° در فلاسک محتوی $۱۰۰\,cm^۳$ آب $۲۰^\circ C$ قرار داده می‌شود. در حالت تعادل انتروپی دستگاه قطعه- آب چقدر تغییر می‌کند؟ گرمای ویژهٔ یخ $۲۲۲۰\,J/kg\cdot K$ است.

حل: (الف) ابتدا دمای تعادل مجموعه را بدست می‌آوریم.

$Q_۱$ ، انرژی گرمایی تبدیل یخ $-۱۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$

$$Q_۱ = m_۱ c_I \Delta T = (۸\times۱۰^{-۳})(۲۲۲۰)(۱۰) = ۱۷۷/۶\,J$$

$Q_۲$ ، انرژی گرمایی تبدیل یخ $۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$

$$Q_۲ = m_۱ L_F = (۸\times۱۰^{-۳})(۳۳۳\times۱۰^۳) = ۲۶۶۴\,J$$

$Q_۳$ ، انرژی گرمایی تبدیل یخ $۰^\circ C$ به آب $T_f\,^\circ C$

$$Q_۳ = m_۱ c_W \Delta T = (۸\times۱۰^{-۳})(۴۲۰۰)(T_f - ۰) = ۳۳/۶T_f$$

$Q_۴$ ، انرژی گرمایی تبدیل آب $۲۰^\circ C$ به آب $T_f\,^\circ C$

$$Q_۴ = m_۲ c_W \Delta T = (۰/۱)(۴۲۰۰)(T_f - ۲۰) = ۴۲۰T_f - ۸۴۰۰$$

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ + Q_۴ = ۰$$

$$۱۷۷/۶ + ۲۶۶۴ + ۳۳/۶T_f + ۴۲۰T_f - ۸۴۰۰ = ۰$$

$$T_f = ۱۲/۲۵^\circ C$$

$$\Delta S_۱ = mc_I \ln\frac{T_۲}{T_۱} = (۸\times۱۰^{-۳})(۲۲۲۰)\ln\left(\frac{۲۷۳}{۲۶۳}\right) = ۰/۶۶\,J/K$$

$$\Delta S_۲ = \frac{mL_F}{T} = \frac{(۸\times۱۰^{-۳})(۳۳۳\times۱۰^۳)}{۲۷۳} = ۹/۷۶\,J/K$$

$$\Delta S_۳ = mc_W \ln\frac{T_۲}{T_۱} = (۸\times۱۰^{-۳})(۴۲۰۰)\ln\left(\frac{۲۷۳+۱۲/۲۵}{۲۷۳}\right) = ۱/۵\,J/K$$

$$\Delta S_۴ = mc_W \ln\frac{T_f}{T_i} = (۰/۱)(۴۲۰۰)\ln\left(\frac{۲۷۳+۱۲/۲۵}{۲۷۳+۲۰}\right) = -۱۱/۲۶\,J/K$$

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_۱ + \Delta S_۲ + \Delta S_۳ + \Delta S_۴ = ۰/۶۶ + ۹/۷۶ + ۱/۵ - ۱۱/۲۶ = ۰/۶۶\,J/K$$

۱۹●●●- از آب واقع در نقطهٔ انجماد طبیعی ($۰/۰^\circ C$ در فشار جو) و حتی زیر آن می‌توان انرژی را به صورت گرما گرفت بدون آنکه موجب یخ زدن آب شود، در این صورت به آب ابرسرد گفته می‌شود. فرض کنید که $۱/۰۰\,g$ آب ابر سرد شود تا اینکه دمای آن به دمای محیط اطراف خود که $-۵/۰۰^\circ C$ است برسد. این افت ناگهان و به طور برگشت ناپذیر باعث یخ زدن می‌شود و انرژی را به صورت گرما به هوا منتقل می‌کند. تغییر انتروپی برای این افت چقدر است؟ (*راهنمایی*: یک فرایند سه مرحله‌ای برگشت‌پذیر در نظر بگیرید به گونه‌ای که گویا آب از نقطهٔ انجماد طبیعی گذشته است.) گرمای ویژهٔ یخ $۲۲۲۰\,J/kg\cdot K$ است. [redacted] GO

حل: این فرآیند برگشت‌پذیر شامل سه مرحله فرآیند برگشت ناپذیر است. مرحلهٔ (۱)، تبدیل آب ابر سرد $-۵^\circ C$ به آب $۰^\circ C$

$$\Delta S_۱ = mc_W \int_{T_۱}^{T_۲} \frac{dT}{T} = mc_W \ln\left(\frac{T_۲}{T_۱}\right)$$

$$= (۱\times۱۰^{-۳})(۴/۲\times۱۰^۳)\ln\left(\frac{۲۷۳}{۲۷۳-۵}\right) = ۰/۰۷۷\,J/K$$

مرحله (۲)، تبدیل آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$

$$\Delta S_۲ = \frac{-mL_F}{T_۲} = -\frac{(۱\times۱۰^{-۳})(۳۳۳\times۱۰^۳)}{۲۷۳} = -۱/۲۲\,J/K$$

مرحله (۳)، تبدیل یخ $۰^\circ C$ به یخ $-۵^\circ C$

$$\Delta S_۳ = -mc_I \ln\frac{T_۱}{T_۲} = -(۱\times۱۰^{-۳})(۲/۲۲\times۱۰^۳)\ln\frac{۲۶۸}{۲۷۳} = -۰/۰۴۱\,J/K$$

$$\Delta S = \Delta S_۱ + \Delta S_۲ + \Delta S_۳ = ۰/۰۷۷ - ۱/۲۲ - ۰/۰۴۱ = -۱/۱۸۴\,J/K$$

۲۰●●●- $۱۳۰\,g$ آب $۸۰/۰^\circ C$ داخل یک فلاسک عایق‌بندی شده قرار دارد. با افزودن $۱۲/۰\,g$ یخ $۰^\circ C$ به آن، دستگاه *یخ + آب اولیه* تشکیل می‌شود. (الف) دمای تعادل دستگاه چقدر است؟ تغییر انتروپی آبی که در آغاز یخ بوده است، (ب) وقتی یخ ذوب می‌شود و (پ) وقتی برای رسیدن به دمای تعادل گرم می‌شود، چقدر است؟ (ت) تغییر انتروپی آب اولیه وقتی با سردشدن به دمای تعادل می‌رسد؟ (ث) تغییر انتروپی خالص دستگاه *یخ + آب اولیه* وقتی که به دمای تعادل می‌رسد، چقدر است؟ GO

حل: (الف)

$$m_۱ c_W \Delta T + m_۲ L_F + m_۲ c_W T_f = ۰$$

$$(۰/۱۳)(۴۱۹۰)(T_f - ۸۰) + (۰/۰۱۲)(۳۳۳۰۰۰) + (۰/۰۱۲)(۴۱۹۰)T_f = ۰$$

$$۵۴۴/۷T_f - ۴۳۵۷۶ + ۳۹۹۶ + ۴۹/۱T_f = ۰ \Rightarrow T_f = ۶۶/۷^\circ C$$

(ب) $$\Delta S_۲ = \frac{Q}{T} = \frac{m_۲ L_F}{T} = \frac{(۰/۰۱۲)(۳۳۳۰۰۰)}{۲۷۳} = ۱۴/۶۴\,J/K$$

(پ) $$\Delta S'_۲ = \int\frac{dQ}{T} = m_۲ c_W \int_{۲۷۳}^{۳۳۹/۷}\frac{dT}{T} = (۰/۰۱۲)(۴۱۹۰)\ln\left(\frac{۳۳۹/۷}{۲۷۳}\right) = ۱۰/۹۶\,J/K$$

(ت) $$\Delta S_۱ = \int\frac{dQ}{T} = m_۱ c_W \int_{۳۵۳}^{۳۳۹/۷}\frac{dT}{T} = (۰/۱۳)(۴۱۹۰)\ln\left(\frac{۳۳۹/۷}{۳۵۳}\right) = -۲۰/۹۶\,J/K$$

(ث) $$\Delta S_{tot} = \Delta S_۲ + \Delta S'_۲ + \Delta S_۱ = ۱۴/۶۴ + ۱۰/۹۶ - ۲۰/۹۶ = ۴/۶۴\,J/K$$

۲۱●●●- فرض کنید $۱/۰۰\,mol$ گاز آرمانی تک اتمی از فشار اولیهٔ $p_۱$ و حجم اولیهٔ $V_۱$ دو مرحله را طی کند: (۱) یک انبساط تکدما به حجم $۲/۰۰V_۱$ و (۲) افزایش فشار به مقدار $۲/۰۰p_۱$ در حجم ثابت. $Q/p_۱V_۱$ برای (الف) مرحلهٔ ۱ و (ب) مرحلهٔ ۲ چقدر است؟ $W/p_۱V_۱$ برای (پ) مرحلهٔ ۱ و (ت) مرحلهٔ ۲ چقدر است؟ برای کل فرایند، (ث) $\Delta E_{int}/p_۱V_۱$ و (ج) ΔS ، چقدر است؟ گاز به حالت اولیه خود برمی‌گردد و دوباره به همان حالت نهایی ولی با دو مرحلهٔ زیر بازگردانده می‌شود: (۱) یک تراکم تکدما به فشار $۲/۰۰p_۱$ و (۲) یک افزایش حجم به $۲/۰۰V_۱$ در فشار ثابت. $Q/p_۱V_۱$ برای (چ) مرحلهٔ ۱ و (ح) مرحلهٔ ۲ ، چقدر است؟ $W/p_۱V_۱$ برای (خ) مرحلهٔ ۱ و (د) مرحلهٔ ۲ چقدر است؟ در کل فرایند (د) $\Delta E_{int}/p_۱V_۱$ و (ذ) ΔS چقدر است؟

حل: (الف) فرآیند اول تکدماست.

$$Q = W = \int pdV = \int_{V_۱}^{۲V_۱} nRT_۱\frac{dV}{V} = nRT_۱\ln۲$$

$$\frac{Q}{p_۱V_۱} = \frac{nRT_۱\ln۲}{nRT_۱} = \ln۲ = ۰/۶۹۳$$

(ب) فرآیند دوم تک حجم است $(p_۱V_۱ = p_۲V_۲)$.

$$\frac{Q}{p_۱V_۱} = \frac{nC_V(T_۳ - T_۱)}{p_۱V_۱} = \frac{\frac{۳}{۲}nR\left(\frac{p_۳V_۳}{nR} - \frac{p_۲V_۲}{nR}\right)}{p_۱V_۱} = \left(\frac{۳}{۲}\right)\cdot\frac{(۲p_۱\cdot۲V_۱ - p_۱V_۱)}{p_۱V_۱} = ۴/۵$$

(پ) $$\frac{W}{p_۱V_۱} = \frac{nRT_۱\ln۲}{p_۱V_۱} = \frac{nRT_۱\ln۲}{nRT_۱} = ۰/۶۹۳$$

(ت) کار در فرآیند تک حجم صفر است.

$$\frac{W}{p_۱V_۱} = \frac{۰}{p_۱V_۱} = ۰$$

(ث) $$\frac{p_۱V_۱}{T_۱} = \frac{p_۳V_۳}{T_۳} \Rightarrow T_۳ = ۴T_۱$$

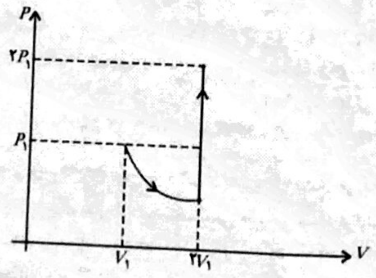
با استفاده از قانون اول ترمودینامیک؛

$$\frac{\Delta E_{int}}{p_۱V_۱} = \frac{nC_V(T_۳ - T_۱)}{p_۱V_۱} = \frac{\frac{۳}{۲}nR(۳T_۱)}{nRT_۱} = ۴/۵$$

(ج) $$\Delta S = \Delta S_{۱۲} + \Delta S_{۲۳} = \frac{Q}{T_۱} + \int\frac{dQ}{T}$$

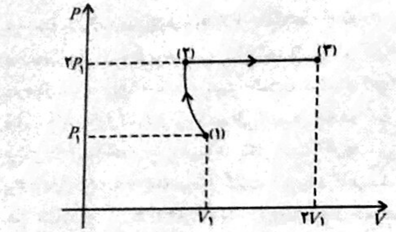
$$\Delta S = R\ln۲ + \frac{۳}{۲}R\ln۴\frac{T_۱}{T_۱} = ۴R\ln۲ = ۴(۸/۳۱)\ln۲ = ۲۳/۱\,J/K$$

اگر سیستم به نقطهٔ اولیه باز گردد. در مرحلهٔ اول تراکم همدما داریم.



(چ) در مرحلهٔ اول فرآیند بی‌دررو است؛

$$\Delta E_{int} = ۰ \Rightarrow Q = W = nRT_۱\ln\frac{V_۲}{V_۱}$$



از قانون گازهای کامل در فرآیند تکدما داریم؛

$$p_۱V_۱ = p_۲V_۲ \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{p_۱}{p_۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow V_۲ = \frac{V_۱}{۲}$$

$$Q = nRT_۱\ln\frac{V_۲}{V_۱} = p_۱V_۱\ln\frac{V_{۱/۲}}{V_۱} = -p_۱V_۱\ln۲$$

$$\frac{Q}{p_۱V_۱} = -\ln۲ = -۰/۶۹۳$$

(ح) مرحله دوم، تک فشار است،

$$Q_۲ = nC_p\Delta T = \frac{۵}{۲}nR\Delta T$$

با استفاده از قانون گازهای کامل داریم؛

$$p_۲\Delta V = nR\Delta T$$

$$\Rightarrow Q_۲ = \frac{۵}{۲}p_۲\Delta V = \left(\frac{۵}{۲}\right)(۲p_۱)\left(۲V_۱ - \frac{V_۱}{۲}\right) = ۵p_۱\cdot\frac{۳V_۱}{۲} = ۷/۵p_۱V_۱$$

$$\frac{Q_۲}{p_۱V_۱} = ۷/۵$$

(خ) مرحلهٔ اول، تکدماست،

$$\Delta E_{int} = ۰$$

$$Q_۱ = W_۱ = -p_۱V_۱\ln۲$$

$$\frac{W_۱}{p_۱V_۱} = -\ln۲ = -۰/۶۹۳$$

(د) مرحلهٔ دوم، تک فشار است،

$$W_۲ = p_۲\Delta V = (۲p_۱)\left(۲V_۱ - \frac{V_۱}{۲}\right) = ۲p_۱\cdot\frac{۳V_۱}{۲} = ۳p_۱V_۱$$

$$\frac{W_۲}{p_۱V_۱} = ۳$$

(ذ) در فرآیند اول که تک‌دماست، $\Delta E_{int_۱} = ۰$ است، لذا

$$\frac{\Delta E_{int_۱}}{p_۱V_۱} = ۰$$

در فرآیند دوم که تک فشار است،

$$\Delta E_۲ = Q_۲ - W_۲ = (۷/۵p_۱V_۱) - (۳p_۱V_۱) = ۴/۵p_۱V_۱$$

$$\Delta S = \frac{Q_۱}{T_۱} + nC_p\ln\frac{T_۳}{T_۲}$$

(ر) $$\Delta S = \frac{-۰/۶۹۳p_۱V_۱}{T_۱} + nC_p\ln\left[\frac{p_۳V_۳}{p_۲V_۲}\right] = (۰/۶۹۳)R + ۱\left(\frac{۵}{۲}R\right)\ln۴ = ۲۳/۰۴\,J/K$$

۲۲●●●- $۱/۰۰\,mol$ گاز تک اتمی که در آغاز در $۵/۰۰\,kPa$ و $۶۰۰\,K$ قرار دارد از حجم اولیهٔ $V_i = ۱/۰۰\,m^۳$ به حجم نهایی $V_f = ۲/۰۰\,m^۳$ منبسط می‌شود. در هر لحظه از انبساط، فشار p

و حجم V گاز با رابطهٔ $p = ۵/۰۰\exp[(V_i - V)/a]$ به هم مربوطاند، که p برحسب کیلوپاسکال، V_i و V برحسب مترمکعب و $a=۱/۰۰\text{m}^۳$ است. (الف) فشار و (ب) دمای نهایی گاز چقدر است؟ (پ) در طی انبساط چقدر کار انجام می‌گیرد؟ (ت) ΔS برای انبساط چقدر است؟ (*راهنمایی*: برای پیداکردن ΔS دو فرایند سادهٔ برگشت‌پذیر را در نظر بگیرید.)

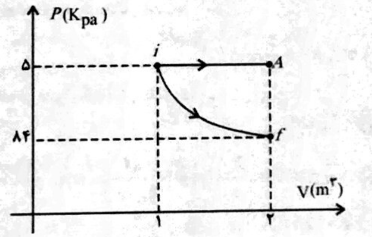
حل: (الف) $p = ۵\exp(۱-V) = ۵\exp(۱-۲) = ۱/۸۴\,\text{kPa}$

(ب) $\frac{p_۱V_۱}{T_۱} = \frac{p_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{(۵)(۱)}{۶۰۰} = \frac{(۱/۸۴)(۲)}{T_۲} \Rightarrow T_۲ = ۴۴۱/۵\text{K}$

(پ) $W = \int_{V_۱}^{V_۲} p dv = \int_۱^۲ (۵۰۰۰)\exp(۱-v)\,dv$

$= -۵۰۰۰\exp(۱-V)]_۱^۲ = -۵۰۰۰(e^{-۱}-۱) = ۳۱۶۰/۶\,\text{J}$

(ت) مسیر if را می‌توان شامل دو فرآیند تک فشار و تک حجم در نظر گرفت.



فرآیند iA تک فشار است

$$\Delta S_{iA} = nC_p \ln\frac{T_A}{T_i} = nC_p \ln\frac{V_A}{V_i} = (۱)\left(\frac{۵}{۲}\right)(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۲}{۱}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta S_{iA} = ۱۴/۴\,\text{J/K}$$

فرآیند Af تک حجم است

$$\Delta S_{AF} = nC_V \ln\frac{T_f}{T_A} = nC_V \ln\frac{p_f}{p_A}$$

$$AS_{AF} = (۱)\left(\frac{۳}{۲}\right)(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۱/۸۴}{۵}\right) = -۱۲/۴۶\,\text{J/K}$$

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_{iA} + \Delta S_{Af} = ۱۴/۴ - ۱۲/۴۶ = ۱/۹۴\,\text{J/K}$$

●۲۳- بازده یک ماشین کارنو ۲۲/۰٪ است. این ماشین میان منبعهایی با دمای ثابت که اختلاف دمای آنها ۷۵/۰°C است کار می‌کند. دمای (الف) منبع دمای بالا و (ب) منبع دمای پایین چقدر است؟

حل: (الف) $\varepsilon = \frac{T_H - T_C}{T_H} \Rightarrow ۰/۲۲ = \frac{۷۵}{T_H} \Rightarrow T_H = ۶۸°\text{C}$

(ب) $T_L = T_H - ۷۵ = -۷°\text{C}$

●۲۴- سوخت یک راکتور همجوشی هسته‌ای فرضی، گاز دوتریوم در دمای $۷\times۱۰^۸\text{K}$ است. اگر این گاز برای کار یک ماشین کارنو با $T_L = ۱۰۰°\text{C}$ به کار برده شود، بازده ماشین چقدر خواهد شد؟ هر دو دما را دقیق در نظر بگیرید و پاسخ خود را تا هفت رقم با معنا محاسبه کنید.

حل: $\varepsilon = ۱ - \frac{T_L}{T_H} = ۱ - \frac{۳۷۳}{۷\times۱۰^۸} = ۰/۹۹۹۹۹۹۵$ یا ۹۹/۹۹۹۹۵٪

●۲۵- یک ماشین کارنو که میان دماهای ۲۳۵°C و ۱۱۵°C کارمی‌کند در هر چرخه $۶/۳۰\times۱۰^۴\text{J}$ انرژی در دمای بالاتر جذب می‌کند. (الف) بازده ماشین چقدر است؟ (ب) این ماشین در هر چرخه چه مقدار کار می‌تواند انجام دهد؟ **SSM WWW**

حل: (الف) برای ماشین کار لذا داریم

$$\frac{Q_H}{Q_L} = \frac{T_H}{T_C}$$

لذا می‌توان نوشت

$$\varepsilon = ۱ - \frac{T_H}{T_C} = ۱ - \frac{۱۱۵-۲۷۳}{۲۳۵+۲۷۳} = ۰/۲۳۶ \text{ یا } ۲۳/۶٪$$

(ب) $\varepsilon = \frac{|W|}{|Q_H|} \Rightarrow |W| = \varepsilon|Q_H| = ۰/۲۳۶(۶/۳\times۱۰^۴)$

$= ۱/۵\times۱۰^۴\,\text{J}$

●۲۶- یک ماشین کارنو ۵۲ kJ انرژی گرمایی جذب می‌کند و در هر چرخه ۳۶ kJ انرژی گرمایی از دست می‌دهد. (الف) بازده موتور چقدر است؟ (ب) کار انجام شده در هر چرخه را برحسب کیلوژول محاسبه کنید.

حل: (الف) $\varepsilon = ۱ - \frac{|Q_L|}{|Q_H|} = ۱ - \frac{۳۶}{۵۲} = ۰/۳۱$ یا ۳۱٪

(ب) $W = |Q_H| - |Q_L| = ۵۲ - ۳۶ = ۱۶\,\text{kJ}$

●۲۷- بازده یک ماشین کارنو که منبع دمای پایین آن در ۱۷°C قرار دارد ۴۰٪ است. دمای منبع چقدر باید افزایش یابد تا بازده به ۵۰٪ برسد؟

حل: $\varepsilon = ۱ - \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow T_H = \frac{T_L}{۱-\varepsilon} = \frac{۱۷+۲۷۳}{۱-۰/۴} = ۴۸۳\text{K}$

اگر $\varepsilon = ۰/۵$ را در رابطهٔ بازده قرار دهیم، $T'_H = ۵۸۰\text{K}$ است؛

$T'_H - T_H = ۵۸۰ - ۴۸۳ = ۹۷\text{K}$

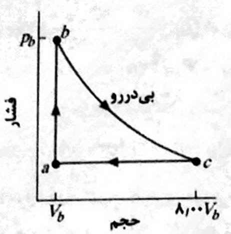
●●۲۸- یک ماشین کارنوی ۵۰۰W میان منبعهای با دمای ثابت ۱۰۰°C و ۶۰/۰°C کار می‌کند. آهنگی که انرژی (الف) به صورت گرما توسط ماشینی گرفته می‌شود و (ب) به صورت گرما توسط ماشین خارج می‌شود چقدر است؟

حل: (الف) $\varepsilon = ۱ - \frac{T_L}{T_H} = ۱ - \frac{۳۳۳}{۳۷۳} = ۰/۱۰۷$

$\frac{|Q_H|}{t} = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{۵۰۰}{۰/۱۰۷} = ۴۶۷۳\,\text{J/s}$

(ب) $\frac{|Q_L|}{t} = \frac{|Q_H|}{t} - P = ۴۶۷۳ - ۵۰۰ = ۴۱۷۳\,\text{J/s}$

●●●۲۹- شکل ۱۶-۲۷ چرخهٔ برگشت‌پذیری را نشان می‌دهد که ۱/۰۰mol از یک گاز آرمانی تک اتمی طی می‌کند. فرایند bc یک انبساط بی‌دررو با $p_b = ۱۰/۰\text{atm}$ و $V_b = ۱/۰۰\times۱۰^{-۳}\,\text{m}^۳$ است. مطلوب است (الف) انرژی گرمایی داده شده به گاز، (ب) انرژی گرمایی خارج شده از گاز، (پ) کار خالص انجام شده به وسیلهٔ گاز و (ت) بازده چرخه، **ILW SSM**



شکل ۱۶-۲۷ مسئلهٔ ۲۹

حل: $T_b = \frac{p_bV_b}{nR} = \frac{(۱/۰۱۳\times۱۰^۵)(۱\times۱۰^{-۳})}{(۱)(۸/۳۱)} = ۱۲۱/۵\text{K}$

$$T_c = T_b\left(\frac{V_b}{V_c}\right)^{\gamma-۱} \Rightarrow T_c = (۱۲۱/۵)\left(\frac{۱}{۸}\right)^{۰/۶۷} = ۳۰/۴۶\text{K}$$

$$T_a = T_c\left(\frac{V_a}{V_c}\right) = (۳۰/۴۶)\left(\frac{۱}{۸}\right) = ۳/۸\text{K}$$

(الف) $Q_{ab} = nC_V(T_b - T_a) = (۱)\left(\frac{۳}{۲}\right)(۸/۳۱)(۱۲۱/۵ - ۳/۸)$

$= ۱۴۷۰\,\text{J}$

(ب) Q_{bc} (بی‌دررو) $= ۰$

$$Q_{ca} = nC_p(T_a - T_c) = (۱)\left(\frac{۵}{۲}\right)(۸/۳۱)(۳/۸ - ۳۰/۴۶)$$

$= -۵۵۴/۱\text{J}$

انرژی گرمایی از گاز دریافت شده است.

(پ) انرژی درونی چرخه صفر است.

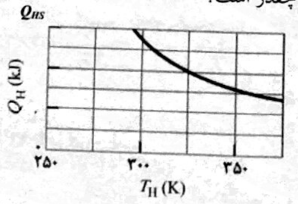
$\Delta E_{\text{int}} = Q - W$

$\Rightarrow Q = W$

$W = Q_{ab} + Q_{ca} = ۱۴۷۰ + (-۵۵۴/۱) = ۹۱۵/۹\,\text{J}$

(ت) $\varepsilon = ۱ - \frac{|Q_c|}{|Q_H|} \Rightarrow e = ۱ - \left(\frac{۵۵۴/۱}{۱۴۷۰}\right) = ۰/۶۲۳$ یا ۶۲/۳٪

●●۳۰- یک ماشین کارنو برای تولید کار معین W در هر چرخه تنظیم شده است. در هر چرخه انرژی به شکل گرمای Q_H از منبع گرمایی با دمای بالاتر و قابل تنظیم T_H به مادهٔ کاری ماشین داده می‌شود. منبع گرمایی با دمای پایینتر در دمای $T_L = ۲۵۰\text{K}$ نگهداشته شده است. شکل ۱۶-۲۸، Q_H را در گستره‌ای از T_H نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $Q_{Hs} = ۶/۰\,\text{kJ}$ مشخص شده است. اگر T_H با ۵۵۰K مشخص شود، Q_H چقدر است؟



شکل ۱۶-۲۸ مسئلهٔ ۳۰

حل:

$T_H = ۳۲۵K \Rightarrow Q_H = ۴\times۱۰^۳\,\text{J}$

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H} = ۱ - \frac{Q_L}{Q_H} = ۱ - \frac{T_L}{T_H}$$

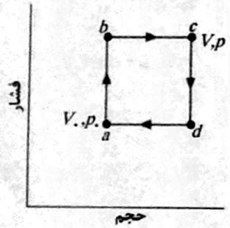
$$\frac{W}{۴۰۰۰} = ۱ - \frac{۲۵۰}{۳۲۵} = ۰/۲۳ \Rightarrow W = ۹۲۰\,\text{J}$$

حال اگر T_H را برابر با ۵۵۰k قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{W}{Q_H} = ۱ - \frac{T_L}{T_H}$$

$$\Rightarrow \frac{۹۲۰}{Q_H} = ۱ - \frac{۲۵۰}{۵۵۰} = ۰/۵۴۵ \Rightarrow Q_H = ۱۶۸۸/۱\text{J}$$

●●۳۱- شکل ۱۶-۲۹ چرخهٔ برگشت‌پذیری را نشان می‌دهد که ۱/۰۰mol گاز تک اتمی آن را طی می‌کند. فرض کنید $p = ۲p_۰$ ، $V = ۲V_۰$ ، $p_۰ = ۱/۰۱\times۱۰^۵\,\text{Pa}$ و $V_۰ = ۰/۰۲۲۵\,\text{m}^۳$. مطلوب است (الف)کار انجام شده در طی چرخه، (ب) انرژی گرمایی داده شده در طول مرحلهٔ abc و (پ) بازده چرخه . (ت) بازده یک ماشین کارنو که میان بالاترین و پایینترین دماهای موجود در این چرخه کار می‌کند چقدر است؟ (ث) آیا این از بازده محاسبه شده دربند (پ) بیشتر است یا کمتر؟ GO



شکل ۱۶-۲۹ مسئلهٔ ۳۱

حل: $T_a = \frac{p_aV_a}{nR} = \frac{p_۰V_۰}{nR} = \frac{(۱\times۱۰^۵)(۰/۰۲۲۵)}{(۱)(۸/۳۱)} = ۲۷۰/۶\text{K}$

$$T_b = \frac{(۲p_۰V_۰)}{nR} = ۲T_a = ۲(۲۷۰/۶) = ۵۴۱/۲\text{K}$$

$$T_c = \frac{(۲p_۰)(۲V_۰)}{nR} = ۴T_a = ۴(۲۷۰/۶) = ۱۰۸۲/۴\text{K}$$

(الف) کار برابر با مساحت زیر نمودار $p-V$ است.

$W = (۲p_۰ - p_۰)(۲V_۰ - V_۰) = p_۰V_۰ = (۱/۰۳\times۱۰^۵)(۰/۰۲۲۵)$

$= ۲۲۷۲\,\text{J}$

(ب) $Q_{ab} = nC_V\Delta T = \frac{۳}{۲}nR(T_b - T_a)$

$= \frac{۳}{۲}(۱)(۸/۳۱)(۵۴۱/۲ - ۲۷۰/۶) = ۳۳۷۵\,\text{J}$

$Q_{bc} = nC_p\Delta T = \frac{۵}{۲}nR(T_b - T_a)$

$= \frac{۵}{۲}(۱)(۸/۳۱)(۱۰۸۲/۴ - ۵۴۱/۲) = ۱۱۲۴۸/۸\,\text{J}$

$Q_{abc} = Q_{ab} + _{bc} = (۳۳۷۵ + ۱۱۲۵۰) = ۱۴۶۲۵\,\text{J}$

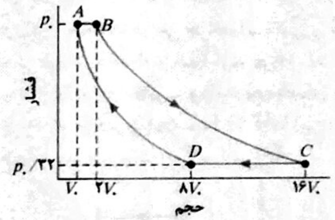
(پ) در فرآیند abc، انرژی گرمایی مثبت و Q_H است و در فرآیند cda، انرژی گرمایی منفی و Q_C است.

$$\varepsilon=\frac{W}{Q_H}=\frac{2272}{14625}=0/155 \text{ یا } 15/5\%$$

(ت) $\varepsilon=1-\frac{T_C}{T_H}=1-\frac{270/6}{1082/4}=0/75$ یا ۷۵٪ کارنو

(ث) بازده کارنو بیشتر است.

۳۲●● - یک گاز آرمانی (۱/۰mol) مادهٔ کاری در ماشینی است که در چرخه نشان داده شده در شکل ۱۶-۳۰ کار می‌کند. فرایندهای BC و DA برگشت پذیر و بی‌دررو هستند. (الف) آیا گاز تک اتمی، دو اتمی یا چند اتمی است؟ بازده ماشین چقدر است؟



شکل ۱۶-۳۰ مسئلهٔ ۳۲

حل: (الف) فرآیند DA بی‌دررو است؛

$$\frac{p_D}{p_A}=\left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma}\Rightarrow\frac{\frac{p_0}{32}}{p_0}=\left(\frac{V_0}{8V_0}\right)^{\gamma}\Rightarrow\frac{1}{2^5}=\frac{1}{2^{3\gamma}}$$

$\Rightarrow 2^5=2^{3\gamma}\Rightarrow\gamma=\frac{5}{3}$ گاز تک اتمی است.

(ب) $Q_{DA}=Q_{BC}=0$ (بی‌دررو)

$$Q_H=Q_{AB}=nC_p\Delta T=\frac{5}{2}nR\Delta T=\frac{5}{2}p\Delta V$$

$$=\frac{5}{2}(p_0)(2V_0-V_0)=2/5p_0V_0$$

$$Q_L=Q_{CD}=nC_p\Delta T=\frac{5}{2}p\Delta V$$

$$Q_L=\frac{5}{2}\left(\frac{p_0}{32}\right)(8V_0-16V_0)=-0/625\,p_0V_0$$

$$\varepsilon=1-\frac{|Q_L|}{Q_H}=1-\frac{0/625p_0V_0}{2/5p_0V_0}=0/75 \text{ یا } 75\%$$

۳۳●● - وقتی ماشین خاصی در هر چرخه ۸/۲ kJ کار انجام می‌دهد بازده آن ۲۵٪ است فرض کنید که فرایند برگشت‌پذیر است. (الف) انرژیی که موتور در هر چرخه به صورت گرمای Q_g از سوزاندن سوخت به دست می‌آورد و (ب) انرژیی که ماشین در هر چرخه به صورت گرمای Q_l از دست می‌دهد چقدر است؟ اگر تنظیم ماشین بازده را تا ۳۱٪ افزایش دهد، (پ) Q_g و (ت) Q_l با همان مقدار کار چقدر می‌شود؟

حل: (الف) $\varepsilon=\frac{W}{Q_H}\Rightarrow Q_g=Q_H=\frac{W}{\varepsilon}=\frac{8200}{0/25}=32800\,J$

(ب) $Q_l=Q_C=Q_H-W=32800-8200=24600\,J$

(پ) $Q_{gain}=Q_H=\frac{W}{\varepsilon}=\frac{8200}{0/31}=26452\,J$

(ت) $Q_{lost}=Q_C=Q_H-W=26452-8200=18252\,J$

۳۴●●● - در مرحلهٔ اول یک ماشین کارنوی دو مرحله‌ای، انرژی گرمایی Q_1 در دمای T_1 جذب، کار W_1 انجام و انرژی به صورت Q_2 در دمای پایینتر T_2 جذب، کار W_2 انجام و انرژی گرمایی Q_3 در دمای پایینتر T_3 خارج می‌شود. ثابت کنید که بازده این ماشین $(T_1-T_3)/T_1$ است.

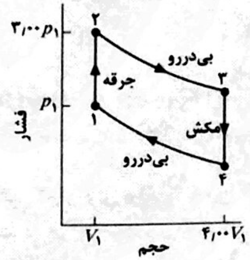
حل: $W_1=Q_1-Q_2$ و $W_2=Q_2-Q_3$

دمای بالاتر مجموعه T_1 و دمای پایین‌تر آن T_3 است.

$$\varepsilon=\frac{W}{Q_H}=\frac{W_1+W_2}{Q_1}=\frac{(Q_1-Q_2)+(Q_2-Q_3)}{Q_1}=1-\frac{Q_3}{Q_1}$$

$$\varepsilon=1-\frac{T_3}{T_1}=\frac{T_1-T_3}{T_1}$$

۳۵●●● - چرخهٔ نشان داده شده در شکل ۱۶-۳۱ طرز کار یک ماشین درونسوز بنزینی را نشان می‌دهد. فرض کنید که مخلوط بنزین- هوای مکیده شده، گازی آرمانی با $\gamma=1/30$ است. نسبتهای (الف) T_2/T_1، (ب) T_3/T_1، (پ) T_4/T_1، (ت) p_3/p_1، (ث) p_4/p_1 چقدر است؟ (ج) بازده ماشین چقدر است؟



شکل ۱۶-۳۱ مسئلهٔ ۳۵

حل: (الف) فرآیند ۱→۲ تک حجم است:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{p_2}{p_1}=3$$

(ب) فرایند ۲→۳ بی‌دررو است:

$$\frac{T_3}{T_2}=\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}\Rightarrow\frac{T_3}{3T_1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{0/3}\Rightarrow\frac{T_3}{3T_1}=0/66$$

$$\Rightarrow\frac{T_3}{T_1}=1/98$$

(پ) فرآیند ۱→۴ بی‌دررو است:

$$\frac{T_4}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1}\Rightarrow\frac{T_4}{T_1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{0/3}=0/66$$

(ت) $\frac{p_3}{p_2}=\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma}\Rightarrow\frac{p_3}{3p_1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3}\Rightarrow\frac{p_3}{p_1}=0/495$

(ث) $\frac{p_4}{p_1}=\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma}\Rightarrow\frac{p_4}{p_1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3}=0/165$

(ج) $\varepsilon=1-\frac{|Q_C|}{Q_H}=1-\frac{nC_V(T_3-T_4)}{nC_V(T_2-T_1)}$

$$=1-\frac{(1/98-0/66)T_1}{(3-1)T_1}=0/34 \text{ یا } 34\%$$

۳۶● - موتور الکتریکی یک پمپ گرمایی انرژی را به صورت گرما از بیرون با دمای ۵°C- به اتاقی که دمای آن ۱۷°C است انتقال می‌دهد. اگر پمپ گرمایی یک پمپ گرمایی کارنو باشد، (ماشین کارنو که معکوس عمل می‌کند) به ازای هر ژول انرژی الکتریکی مصرف شده، چند ژول انرژی گرمایی به اتاق انتقال می‌یابد؟

حل: پمپ گرمایی با چرخه کارنو کار می‌کند، لذا

$$\frac{|Q_H|}{T_H}=\frac{|Q_L|}{T_L}=\frac{|Q_H|-W}{T_L}\Rightarrow\frac{|Q_H|}{22+273}=\frac{|Q_H|-1}{-5+273}$$

$$\Rightarrow|Q_H|=13/18J$$

۳۷● - یک دستگاه تهویهٔ کارنو انرژی را از انرژی گرمایی اتاقی با دمای ۷۰°F می‌گیرد و آن را به بیرون که دمای آن ۹۶°F است انتقال می‌دهد. به ازای هر ژول انرژی الکتریکی مورد نیاز برای کارکردن دستگاه تهویه، چند ژول گرما از اتاق خارج می‌شود؟ SSM

حل: برای استفاده از رابطهٔ ضریب کارایی زیر، دماها باید برحسب کلوین باشد؛ $F=1/8C+32$

ضریب کارایی $K_C=\frac{T_L}{T_H-T_C}$ ، $K_C=\frac{|Q_L|}{W}$

$$T_L=70°=21/11°C=294/11k$$

$$T_H=96°F=35/55°C=308/55k$$

$$\Rightarrow K_C=\frac{294/11}{308/55-294/11}=20/37$$

$$\Rightarrow|Q_L|=K_CW=(20/37)(1/0)=20/37J$$

۳۸● - برای تولید یخ، یخساز که به صورت ماشین کارنوی معکوس عمل می‌کند، در هر چرخه ۴۲ kJ را به صورت گرما در ۱۵°C- با ضریب کارایی ۵/۷ می‌گیرد. دمای اتاق ۳۰/۳°C است. (الف) در هر چرخه چه مقدار انرژی به صورت گرما به اتاق داده می‌شود و (ب) کار مورد نیاز در هر چرخه برای کارکردن یخساز چقدر است؟

حل: (الف) $K_C=\frac{|Q_L|}{W}=\frac{|Q_L|}{|Q_H|-|Q_L|}$

$$\Rightarrow 5/7=\frac{42}{|Q_H|-42}\Rightarrow|Q_H|=49/37kJ$$

(ب) $W=|Q_H|-|Q_L|=49/37-42=7/37kJ$

۳۹● - یک پمپ گرمایی برای گرم‌کردن یک ساختمان به کار می‌رود. دمای هوای بیرون ۵/۰°C- و دمای داخل ساختمان در ۲۲°C نگهداشته شده است. ضریب کارایی پمپ ۳/۸ و پمپ گرمایی در هر ساعت ۷/۵۴ MJ به صورت گرما به ساختمان می‌دهد. اگر پمپ گرمایی یک ماشین کارنو باشد که معکوس کار می‌کند، برای کارکردن پمپ با چه آهنگی باید کار انجام گیرد؟ SSM

حل: $K_C=\frac{|Q_L|}{W}=\frac{|Q_H|-W}{W}\Rightarrow 3/8=\frac{7/54-W}{W}$

$$\Rightarrow W=1/57MJ$$

$$P=\frac{W}{t}=\frac{1/57\times10^6}{3600}=436/4W$$

✓ **۴۰●** - برای انتقال ۱/۰J انرژی گرمایی (الف) از منبع در دمای ۷°C به منبع در دمای ۲۷°C، (ب) از منبع در دمای ۷۳°C- به منبع در دمای ۲۷°C، (پ) از منبع در دمای ۱۷۳°C- به منبع در دمای ۲۷°C و (ت) از منبع در دمای ۲۲۳°C- به منبع در دمای ۲۷°C توسط یک یخچال کارنو چقدر کار باید انجام گیرد؟

حل: $\frac{|Q_L|}{|T_H|}=\frac{T_L}{T_H}\Rightarrow\frac{|Q_L|}{|Q_L|+W}=\frac{T_L}{T_H}$

(الف) $T_L=273+7=280K$, $T_H=273+27=300K$

$$\frac{1}{1+W}=\frac{280}{300}\Rightarrow W=\frac{300-280}{280}=0/0714J$$

(ب) $T_L=-73+273=200K$, $T_H=27+273=300K$

$$\frac{1}{1+W}=\frac{200}{300}\Rightarrow W=\frac{300-200}{200}=0/5J$$

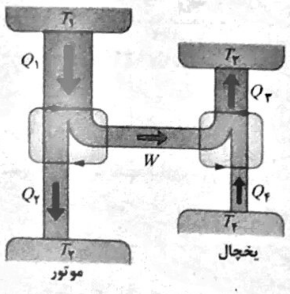
(پ) $T_L=-173+273=100K$, $T_H=300K$

$$\frac{1}{1+W}=\frac{100}{300}\Rightarrow W=\frac{300-100}{100}=2J$$

(ت) $T_L=-223+273=50K$, $T_H=300K$

$$\frac{1}{1+W}=\frac{500}{300}\Rightarrow W=\frac{300-50}{50}=5J$$

۴۱●● - شکل ۱۶-۳۲ یک ماشین کارنو را نشان می‌دهد که میان دماهای $T_1=400K$ و $T_2=150K$ کار می‌کند و یک یخچال را به کار می‌اندازد که میان دماهای $T_3=325K$ و $T_4=225K$ کار می‌کند. نسبت Q_3/Q_1 چقدر است؟



شکل ۱۶-۳۲ مسئلهٔ ۴۱

حل:
$$\frac{Q_۱}{Q_۲}=\frac{T_۱}{T_۲}\Rightarrow Q_۲=Q_۱\left(\frac{T_۲}{T_۱}\right)\Rightarrow Q_۲=\frac{۱۵}{۴۰}Q_۱$$
$$\frac{Q_۴}{Q_۳}=\frac{T_۴}{T_۳}=\frac{۲۲۵}{۳۲۵}\Rightarrow Q_۴=\frac{۲۲۵}{۳۲۵}Q_۳$$
$W=Q_۱-Q_۲=Q_۳-Q_۴$؛ کاری که ماشین کارنو تولید می‌کند
$$Q_۱-\frac{۱۵}{۴۰}Q_۱=Q_۳-\frac{۲۲۵}{۳۲۵}Q_۳\Rightarrow ۰/۶۲۵Q_۱=۰/۳۰۸Q_۳$$
$$\Rightarrow\frac{Q_۳}{Q_۱}=۲/۰۳$$

۴۲●●- (الف) در طی هر چرخه، یک ماشین کارنو ۷۵۰J انرژی را به صورت گرما از منبع دمای بالا در ۳۶۰K و منبع دمای پایین واقع در ۲۸۰K جذب می‌کند. در هر چرخه چقدر کار انجام می‌شود؟ (ب) سپس این ماشین به صورتی دراورده می‌شود که به طور معکوس با عملکرد یک یخچال کارنو میان همان دو منبع کار کند. در طی هر چرخه برای گرفتن ۱۲۰۰J انرژی به صورت گرما از منبع دمای پایین چقدر کار مورد نیاز است؟

حل: (الف) $\frac{|Q_L|}{|Q_H|}=\frac{T_L}{T_H}\Rightarrow\frac{|Q_L|}{۷۵۰}=\frac{۲۸۰}{۳۶۰}\Rightarrow|Q_L|=۵۸۳/۳J$
$$W=|Q_H|-|Q_L|=۷۵۰-۵۸۳/۳=۱۶۶/۷J$$
(ب) $\frac{|Q_L|}{|Q_H|}=\frac{T_L}{T_H}\Rightarrow\frac{|Q_L|}{|Q_L|-W}=\frac{T_L}{T_H}$
$$\frac{۱۲۰۰}{۱۲۰۰+W}=\frac{۲۸۰}{۳۶۰}\Rightarrow W=۳۴۳J$$

۴۳●●- یک دستگاه تهویه که میان ۹۳°F و ۷۰°F کار می‌کند دارای ظرفیت سرمایش ۴۰۰۰Btu/h است. ضریب کارایی دستگاه ۲۷٪ ضریب کارایی یک یخچال کارنو است که میان همان دو دما کار می‌کند. چند اسب بخار برای موتور این دستگاه تهویه لازم است؟ ILW

حل: ابتدا باید دماها را به کلوین تبدیل کرد؛
$$F=۱/۸C+۳۲$$
$T_C=\frac{۷۰-۳۲}{۱/۸}=۲۱/۱۱°C=۲۹۴/۱K$؛ دمای منبع سرد
$T_H=\frac{۹۳-۳۲}{۱/۸}=۳۳/۹°C=۳۰۶/۹K$؛ دمای منبع گرمتر
ضریب کارایی دستگاه کارنو برابر است با:
$$K_C=\frac{T_C}{T_H-T_C}=\frac{۲۹۴}{۳۰۷-۲۹۴}=۲۲/۶$$
$k'=۰/۲۷k=(۰/۲۷)(۲۲/۶)$؛ ضریب کارایی موتور تهویه هوا
$$=۶/۱$$
$$\frac{Q_C}{t}=۴۰۰\frac{Btu}{h}=\frac{(۴۰۰)(۱۰۵۴)}{۳۶۰۰}J/s=۱۱۷/۱W=۱/۵۷hp$$
توان موتور تهویه برحسب اسب بخار؛
$$K_C=\frac{\left(\frac{Q_C}{t}\right)}{P}\Rightarrow P=\frac{Q_C}{K_C}=\frac{۱/۵۷}{۶/۱}=۰/۲۵hp$$

۴۴●●- توان موتور یک یخچال ۲۰۰W است. اگر دمای قسمت سردکن ۲۷۰K و دمای هوای بیرون ۳۰۰ K باشد و با فرض اینکه بازده یک یخچال کارنو برای آن در نظر گرفته شود بیشینهٔ مقدار انرژی که به صورت گرما می‌توان در مدت ۱۰/۰min از قسمت سردکن گرفت چقدر است؟

حل: $W=Pt=(۲۰۰)(۱۰\times۶۰)=۱۲\times۱۰^۴ J$
$$\frac{|Q_L|}{|Q_H|}=\frac{T_L}{T_H}\Rightarrow\frac{|Q_L|}{|Q_L|+W}=\frac{T_L}{T_H}$$
$$\frac{|Q_L|}{|Q_L|+۱۲\times۱۰^۴}=\frac{۲۷۰}{۳۰۰}\Rightarrow|Q_L|=۱/۰۸\times۱۰^۶ J$$

۴۵●- برای هشت مولکول، جدولی مانند جدول ۱۶-۱ درست کنید.

حل:

	پیکربندی			کثرت	آنتروپی
	برچسب	$n_۱$	$n_۲$	$W=\frac{N!}{n_۱!n_۲!}$	$۱۰^{-۲۳}$ J/K $S=k\ln W$
$N=۸$ $k=۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳}$	I	۸	۰	۱	۰
	II	۷	۱	۸	۲/۸۷
	III	۶	۲	۲۸	۴/۶
	IV	۵	۳	۵۶	۵/۵۵
	V	۴	۴	۷۰	۵/۸۶
	VI	۳	۵	۵۶	۵/۵۵
	VII	۲	۶	۲۸	۴/۶
	VIII	۱	۷	۸	۲/۸۷
	IX	۰	۸	۱	۰

۴۶●●- N مولکول مشابه گاز به طور مساوی در دو نیمهٔ جعبه‌ای تقسیم شده‌اند. به ازای $N=۵۰$ (الف) کثرت W پیکربندی مرکزی و (ب) تعداد کل میکروحالتها و (پ) درصد زمانی که دستگاه در پیکربندی مرکزی صرف می‌کند چقدر است؟ به ازای $N=۱۰۰$ ، (ت) پیکربندی مرکزی، (ث) تعداد کل میکروحالتها و (ج) درصد زمانی که دستگاه در پیکربندی مرکزی صرف می‌کند چقدر است؟ به ازای $N=۲۰۰$ ، (چ) W پیکربندی، (ح) تعداد کل میکروحالتها و (خ) درصد زمانی که دستگاه پیکربندی مرکزی صرف می‌کند چقدر است؟ (د) آیا زمان صرف شده در پیکربندی مرکزی با افزایش N افزایش می‌یابد یا کاهش؟

حل: (الف) $W=\frac{N!}{\left(\frac{N}{۲}\right)!\left(N-\frac{N}{۲}\right)!}=\frac{(۵۰)!}{(۲۵)!(۲۵)!}=۱/۲۶۴\times۱۰^{۱۴}$

(ب) تعداد میکرو حالتها بصورت زیر است،
$$N=۲^N=۲^{۵۰}=۱/۱۲۵\times۱۰^{۱۵}$$
(پ) $P=\frac{W}{۲^N}=\frac{۱/۲۶۴\times۱۰^{۱۴}}{۱/۱۲۵\times۱۰^{۱۵}}=۰/۱۱۲$ یا ٪۱۱/۲
(ت) $N=۱۰۰$
$$W=\frac{(۱۰۰)!}{(۵۰)!(۵۰)!}=۱/۰۱\times۱۰^{۲۹}$$

(ث) $N=۲^{۱۰۰}=۱/۲۶۸\times۱۰^{۳۰}$
(ج) $P=\frac{W}{۲N}=\frac{۱/۰۱\times۱۰^{۲۹}}{۱/۲۶۸\times۱۰^{۳۰}}=۰/۰۷۹۶$ یا ٪۸
(چ) $N=۲۰۰$
(ح) $W=\frac{(۲۰۰)!}{(۱۰۰)!(۱۰۰)!}=۹/۰۵۵\times۱۰^{۵۸}$
(خ) $N_{کل}=۲^{۲۰۰}=۱/۶۱\times۱۰^{۶۰}$
$$P=\frac{W}{۲^N}=\frac{۹/۰۵۵\times۱۰^{۵۸}}{۱/۶۱\times۱۰^{۶۰}}=٪۵۶ \text{ یا } ٪۵/۶$$
(د) هر چه N بیشتر باشد، تعداد میکرو حالت‌های قابل دسترس بیشتر است و حالت‌های بیشتری سوای حالت مرکزی اشغال می‌شوند و بدین ترتیب دستگاه زمان کمتری را در پیکربندی مرکزی خواهد بود.

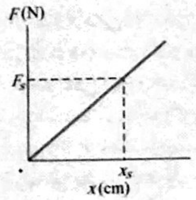
۴۷●●●- جعبه‌ای N مولکول گاز دارد. فرض کنید که جعبه به سه قسمت مساوی تقسیم شده باشد. (الف) با تعمیم معادلهٔ ۲۰-۱۸ ، فرمولی برای کثرت هر پیکربندی معین بنویسید. (ب) دو پیکربندی زیر را درنظر بگیرید: پیکربندی A با تعداد مساوی مولکولها در هر سه قسمت جعبه و پیکربندی B با تعداد مساوی مولکولها در هر نیمهٔ جعبه که به دو قسمت تقسیم شده باشد. نسبت W_A/W_B کثرت پیکربندی A به پیکربندی B چقدر است؟ (پ) مقدار W_A/W_B را به ازای $N=۱۰۰$ حساب کنید. (چون ۱۰۰ به ۳ قسمت قابل تقسیم نیست، ۳۴ مولکول در یک قسمت از سه قسمت پیکربندی A و ۳۳ مولکول در هریک از دو قسمت دیگر می‌توان درنظر گرفت.) SSM WWW

حل: (الف) $W=\frac{N!}{n_۱!n_۲!n_۳!}$

n_i ها، تعداد ذرات موجود در هر قسمت است.

(ب)
$$W=\frac{\left(\frac{N}{۲}\right)!\left(\frac{N}{۲}\right)!}{\left(\frac{N}{۳}\right)!\left(\frac{N}{۳}\right)!\left(\frac{N}{۳}\right)!}$$
(پ)
$$W_A=\frac{۱۰۰!}{(۳۴)!(۳۳)!(۳۳)!}=۴/۱۹\times۱۰^{۴۵}$$
$$W_B=\frac{۱۰۰!}{(۵۰)!(۵۰)!}=۱/۰۱\times۱۰^{۲۹}$$
$$\Rightarrow\frac{W_A}{W_B}=۴/۲\times۱۰^{۱۶}$$

۴۸- شکل ۱۶-۳۳ بزرگی نیروی F را برحسب فاصلهٔ کشیدگی x در مورد یک نوار لاستیکی، با مقیاس محور F با $F_s=۱/۵۰$ N و مقیاس محور x با $x_s=۳/۵۰$cm به دست می‌دهد. دما ۲/۰۰°C است. وقتی نوار لاستیکی به اندازهٔ $x=۱/۷۰$ cm کشیده شود، با چه آهنگی انتروپی نوار لاستیکی در ضمن یک کشیدگی اضافی کوچک تغییر می‌کند؟



شکل ۱۶-۳۳ مسئلهٔ ۴۸

حل: از معادله ۱۶-۷ داریم
$$F=-T\frac{ds}{dx}\Rightarrow\frac{ds}{dx}=-\frac{F}{T}$$
با استفاده از نمودار می‌توان نوشت
$$F=\frac{F_s}{x_s}x=\frac{۰/۷۳}{۳/۵}(۱/۷)=۰/۷۳N$$
در نتیجه خواهیم داشت
$$\frac{ds}{dx}=-\frac{F}{T}=-\frac{۰/۷۳}{۲۷۵}=-۲/۶\times۱۰^{-۳} J/K\cdot m$$
علامت منفی بیانگر این است که با کشیده شدن آنتروپی کاهش می‌یابد.

۴۹- وقتی که دمای نمونه‌ای از گاز نیتروژن ($N_۲$) در حجم ثابت افزایش یابد، توزیع تندیهای مولکولی افزایش می‌یابد. یعنی، همانطور که در شکل ۱۵-۸ مشاهده شد، تابع توزیع احتمال $P(v)$ به سمت مقدارهای بیشتر تندی گسترش می‌یابد. یک راه برای بیان گسترش در $P(v)$ اندازه گیری اختلاف Δv بین محتملترین تندی v_p و تندی rms یعنی v_{rms} است و هرگاه $P(v)$ به سمت تندیهای بالاتر گسترش یابد، Δv افزایش می‌یابد. فرض کنید که گازآرمانی و مولکولهای $N_۲$ چرخش می‌کنند ولی نوسان نمی‌کنند. به ازای ۱/۵ mol، دمای اولیهٔ ۲۵۰K و دمای نهایی ۵۰۰۰K، (الف) اختلاف اولیهٔ Δv_i ، (ب) اختلاف نهایی Δv_f و (پ) تغییر انتروپی ΔS گاز چقدر است؟ SSM

حل: (الف) $v_P=\sqrt{\frac{۲RT}{M}}=\sqrt{\frac{۲(۸/۳۱)(۲۵۰)}{۲۸\times۱۰^{-۳}}}=۳۸۵/۳m/s$
$$v_{rms}=\sqrt{\frac{۳RT}{M}}=\sqrt{\frac{۳(۸/۳۱)(۲۵۰)}{۲۸\times۱۰^{-۳}}}=۴۷۱/۹m/s$$
$$\Delta v_i=v_{rms}-v_p=۴۷۱/۹-۳۸۵/۳=۸۶/۶m/s$$
(ب) $v_p=\sqrt{\frac{۲(۸/۳۱)(۵۰۰)}{۲۸\times۱۰^{-۳}}}=۵۴۴/۹m/s$
$$v_{rms}=\sqrt{\frac{۳(۸/۳۱)(۵۰۰)}{۲۸\times۱۰^{-۳}}}=۶۶۷/۴m/s$$
$$\Delta v_f=v_{rms}-v_p=۶۶۷/۴-۵۴۴/۹=۱۲۲/۵m/s$$
(پ) $\Delta s=\int\frac{dQ}{T}=nC_V\int_{T=۲۵۰}^{۵۰۰}\frac{dT}{T}=\frac{۵}{۲}nR\ln T\Big|_{۲۵۰}^{۵۰۰}$
$$=\frac{۵}{۲}(۱/۵)(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۵۰۰}{۲۵۰}\right)=۲۱/۶J/K$$

۵۰- $۳/۴\,mol$ از یک گاز آرمانی دو اتمی یک چرخهٔ سه مرحله‌ای را طی می‌کند: (۱) دمای گاز در حجم ثابت از ۲۰۰K به ۵۰۰K افزایش می‌یابد؛ (۲) سپس گاز به طور تکدما تا فشار اولیهٔ خود منبسط می‌شود؛ (۳) پس از آن گاز در فشار ثابت متراکم می‌شود تا به حجم اولیهٔ خود برگردد. در سراسر چرخه، مولکولها چرخش می‌کنند ولی نوسان نمی‌کنند. بازده چرخه چقدر است؟

حل: $\varepsilon = \frac{W}{Q_H}\ ;\ W = W_{۱۲}+W_{۲۳}+W_{۳۱}\ ,\ Q_H = Q_{۱۲}+Q_{۲۳}$

$C_V = \frac{۵}{۲}R\ ,\ C_P = \frac{۷}{۲}R$

فرآیند ۱→۲ تک حجم است، لذا $W_{۱۲} = ۰$

$Q_{۱۲} = nC_V(T_۲ - T_۱) = \frac{۵}{۲}(۳/۴)(۸/۳۱)(۵۰۰-۲۰۰)$

$= ۲۱۱۹۰/۵\,J$

فرآیند ۲→۳ تکدماست، لذا $Q_{۲۳} = W_{۲۳} = nRT\ln\left(\frac{V_۳}{V_۲}\right)$

$\underline{V_۲ = V_۱}(۳/۴)(۸/۳۱)(۵۰۰)\ln\left(\frac{V_۳}{V_۲}\right) = ۱۴۱۲۷\ln\left(\frac{V_۳}{V_۱}\right)$

فرآیند ۱→۳ تک فشار است، بنابراین؛

$\frac{V_۱}{T_۱} = \frac{V_۳}{T_۳} \Rightarrow \frac{V_۱}{۲۰۰} = \frac{V_۳}{۵۰۰} \Rightarrow \frac{V_۳}{V_۱} = \frac{۵}{۲}$

$\Rightarrow Q_{۲۳} = W_{۲۳} = ۱۴۱۲۷\ln\left(\frac{۵}{۲}\right) = ۱۲۹۴۴/۴\,J$

$Q_{۳۱} = nC_p\Delta T = \frac{۷}{۲}nR\Delta T = \frac{۷}{۲}(۳/۴)(۸/۳۱)(۲۰۰-۵۰۰)$

$\Rightarrow Q_{۳۱} = -۲۹۶۶۶/۷\,J = Q_L$

$\Delta E_{۳۱} = nC_V\Delta T = \frac{۵}{۲}nR\Delta T = \frac{۵}{۲}(۳/۴)(۸/۳۱)(۲۰۰-۵۰۰)$

$= -۲۱۹۰/۵\,J$

$\Rightarrow W_{۳۱} = Q_{۳۱} - \Delta E_{۳۱} = (-۲۹۶۶۶/۷)-(۲۱۹۰/۵)$

$= -۸۴۷۶/۲\,J$

$W = W_{۱۲}+W_{۲۳}+W_{۳۱} = ۰+۱۲۹۴۴/۴-۸۴۷۶/۲ = ۴۴۶۸/۲\,J$

از آنجا که تنها در فرآیند ۲→۱ و ۳→۲ به سیستم گرما داده می‌شود، لذا

$Q_H = Q_{۱۲}+Q_{۲۳} = ۲۱۱۹۰/۵+۱۲۹۴۴/۴ = ۳۴۱۳۴/۹\,J$

$\varepsilon = \frac{W}{|Q_H|} = \frac{۴۴۶۸/۲}{۳۴۱۳۴/۹} = ۰/۱۳۱$ یا ٪۱۳/۱

۵۱- فرض کنید که در پوستهٔ زمین و در نزدیکی یکی از قطبها که در آن دمای سطح زمین $-۴۰^\circ C$ است یک چاه تا عمقی حفر شود که در آنجا دما $۸۰۰^\circ C$ است. (الف) حد نظری بازده ماشینی که میان این دو دما عمل می‌کند چقدر است؟ (ب) اگر همه انرژی گرمایی داده شده به منبع با دمای پایین برای ذوب یخی که در آغاز در دمای $-۴۰^\circ C$ بوده است به کار رود، با چه آهنگی آب $۰^\circ C$ یک نیروگاه با توان ۱۰۰MW (که یک ماشین در نظر گرفته می‌شود) تولید می‌شود؟ گرمای ویژهٔ یخ ۲۲۲۰ J/kg·K و گرمای ذوب یخ ۳۳۳ KJ/kg است. (توجه کنید که در این حالت ماشین می‌تواند فقط میان $۰^\circ C$ و $۸۰۰^\circ C$ کار کند. انرژی خروجی در دمای $-۴۰^\circ C$ نمی‌تواند چیزی را بالاتر از $-۴۰^\circ C$ گرم کند).

حل: (الف) $T_C = -۴۰+۲۷۳ = ۲۳۳\,K$

و $T_H = ۸۰۰+۲۷۳ = ۱۰۷۳\,K$

$\varepsilon = ۱-\frac{T_C}{T_H} = ۱-\frac{۲۳۳}{۱۰۷۳} = ۰/۷۸۳$ یا ٪۷۸

(ب) $Q_C = mc\Delta T + mL_F$

(I) $\frac{dQ_C}{dt} = (c\Delta T + L_F)\frac{dm}{dt}$

$\frac{Q_C}{Q_H} = \frac{۲۷۳}{۱۰۷۳} = ۰/۲۵۴$

$\frac{Q_C}{Q_C+W} = ۰/۲۵۴ \Rightarrow Q_C = ۰/۲۵۴Q_C + ۰/۲۵۴W$

$\Rightarrow Q_C = ۰/۳۵\ ,\ W = ۰/۳۵\,Pt$

(II) $\frac{dQ_C}{dt} = ۰/۳۴۲P = (۰/۳۴۲)(۱۰۰\times۱۰^۶) = ۳/۴۲\times۱۰^۷$

با جایگذاری رابطهٔ (II) در (I) داریم:

$۳/۴۲\times۱۰^۷ = [(۲۲۲۰)(۴۰)+(۳/۳۳\times۱۰^۵)]\frac{dm}{dt}$

$\Rightarrow \frac{dm}{dt} = ۸۱/۱\,kg/s$

۵۲- (الف) یک ماشین کارنو بین یک منبع گرم در ۳۲۰K و یک منبع سرد در ۲۶۰K کار می‌کند. اگر ماشین ۵۰۰J را به صورت گرما در هر چرخه از منبع گرما جذب کند، چقدر در هر چرخه کار انجام می‌گیرد؟ (ب) اگر ماشین مانند یخچال بین همان منبعها به طور معکوس کار کند، برای برداشتن ۱۰۰۰J انرژی به صورت گرما از منبع سرد چقدر کار باید انجام شود؟

حل: (الف) $Q_H = ۵۰۰\,J$

$\frac{Q_L}{Q_H} = \frac{Q_H - W}{Q_H} = \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow \frac{۵۰۰-W}{۵۰۰} = \frac{۲۶۰}{۳۲۰}$

$\Rightarrow W = ۹۳/۷۵\,J$

(ب) $Q_L = ۱۰۰۰\,J$

$\frac{Q_L}{Q_H} = \frac{Q_L}{Q_L+W} = \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow \frac{۱۰۰۰}{۱۰۰۰+W} = \frac{۲۶۰}{۳۲۰} \Rightarrow W = ۲۳۰/۸\,J$

۵۳- یک تکه مس به جرم ۶۰۰g و دمای $۸۰/۰^\circ C$ در ۷۰/۰g آب $۱۰/۰^\circ C$ داخل یک محفظهٔ عایق بندی شده قرار داده می‌شود. (در مورد گرمای ویژه به جدول ۱۸-۳ نگاه کنید.) (الف) دمای تعادل دستگاه مس- آب چقدر است؟ تغییر انتروپی (ب) مس (پ) آب و (ت) دستگاه مس- آب موقع رسیدن به دمای تعادل چقدر است؟

حل: (الف)

$m_{cu}c_{cu}(۸۰-T_e) = m_wc_w(T_e-۱۰)$

$(۶۰۰)(۰/۰۹۲۳)(۸۰-T_e) = (۷۰)(۱)(T_e-۱۰) \Rightarrow T_e \approx ۴۱^\circ C$

(ب) $\Delta s_{cu} = m_{cu}c_{cu}\ln\frac{T_f}{T_i} = (۶۰۰)(۰/۰۹۲۳)\ln\frac{۳۱۴}{۳۵۳}$

$= -۶/۴۸\,J/K$

(پ) $\Delta s_w = m_wc_w\ln\frac{T_f}{T_i} = (۷۰)(۱)\ln\frac{۳۱۴}{۲۸۳}$

$= ۷/۲۸\,J/K$

(ت) $\Delta s_{total} = \Delta s_{cu}+\Delta s_w = ۷/۲۸-۶/۴۸ = ۰/۷۹\,J/K$

۵۴- فرض کنید $۰/۵۵۰\,mol$ از یک گاز آرمانی به طور تکدما و برگشت پذیر در چهار وضعیت که در زیر داده شده است منبسط می‌شود. تغییر در انتروپی گاز برای هر وضعیت چقدر است؟

وضعیت	(a)	(b)	(c)	(d)
دما (K)	۲۵۰	۳۵۰	۴۰۰	۴۵۰
حجم اولیه $(cm^۳)$	۰/۲۰۰	۰/۲۰۰	۰/۳۰۰	۰/۳۰۰
حجم نهایی $(cm^۳)$	۰/۸۰۰	۰/۸۰۰	۱/۲۰	۱/۲۰

حل: $\Delta E = Q - W = ۰$

$Q = W = \int pdV = \int\frac{nRTdV}{V} = nRT\ln\frac{V_۲}{V_۱}$

$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{nRT}{T}\ln\frac{V_۲}{V_۱} = nR\ln\frac{V_۲}{V_۱}$

(الف) $\Delta S = (۰/۵۵)(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۰/۸}{۰/۲}\right) = ۶/۳۴\,J/K$

(ب) $\Delta S = (۰/۵۵)(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۰/۸}{۰/۲}\right) = ۶/۳۴\,J/K$

(پ) $\Delta S = (۰/۵۵)(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۱/۲}{۰/۳}\right) = ۶/۳۴\,J/K$

(ت) $\Delta S = (۰/۵۵)(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۱/۲}{۰/۳}\right) = ۶/۳۴\,J/K$

۵۵- $۰/۶۰۰\,kg$ آب در آغاز به صورت یخ در دمای $-۲۰^\circ c$ است. اگر دمای آن به $۴۰^\circ C$ افزایش یابد، تغییر انتروپی چقدر است؟ SSM

حل: $\Delta S_۱ = \int\frac{dQ}{T} = mc_I\int_{۲۵۳}^{۲۷۳}\frac{dT}{T} = ۰/۶(۲۲۲۰)\ln\left(\frac{۲۷۳}{۲۵۳}\right)$

$= ۱۰۲/۴\,J/K$

$\Delta S_۲ = \frac{Q}{T} = \frac{mL_F}{T} = \frac{۰/۶(۳۳۳۰۰۰)}{۲۷۳} = ۷۳۲\,J/K$

$\Delta S_۳ = \int\frac{dQ}{T} = mc_W\int_{۲۷۳}^{۳۱۳}\frac{dT}{T} = ۰/۶(۴۱۹۰)\ln\left(\frac{۳۱۳}{۲۷۳}\right)$

$= ۳۴۴/۷\,J/K$

$\Delta S = \Delta S_۱+\Delta S_۲+\Delta S_۳ = ۱۰۲/۴+۷۳۲+۳۴۴/۷ = ۱۱۸۰\,J/K$

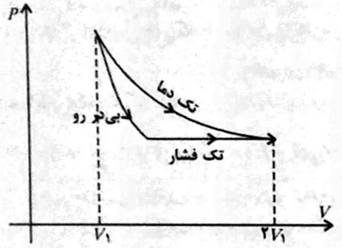
۵۶- تغییر انتروپی $۳/۲۰\,mol$ از یک گاز آرمانی تک اتمی وقتی در حجم ثابت دما از ۳۸۰ K به ۴۲۵ K برسد چقدر است؟

حل: $\Delta S = nC_V\ln\left(\frac{T_۲}{T_۱}\right) = \frac{۳}{۲}nR\ln\left(\frac{T_۲}{T_۱}\right)$

$= \frac{۳}{۲}(۳/۲)(۸/۳۱)\ln\left(\frac{۴۲۵}{۳۸۰}\right) = ۴/۴۶\,J/K$

۵۷- یک چرخهٔ سه مرحله‌ای به طور برگشت‌پذیر با $۴/۰۰\,mol$ از یک گاز آرمانی طی می‌شود با (۱) یک انبساط بی‌دررو که حجم گاز را ۲/۰۰ برابر حجم اولیه می‌کند، (۲) یک فرایند در حجم ثابت، (۳) یک تراکم تکدما که گاز را به حالت اولیه برمی‌گرداند. نمی‌دانیم که گاز تک اتمی است یا دو اتمی؛ اگر دو اتمی باشد، نمی‌دانیم که مولکولهای آن چرخش می‌کنند یا نوسان. تغییر انتروپی (الف) چرخه ،(ب) فرایند ۱، (پ) فرایند ۳ و (ت) فرایند ۲، چقدر است؟

حل: (الف) $\Delta S = ۰$



(ب) فرآیند ۱ بی‌دررو است. لذا، $\Delta S_۱ = ۰$ است.

(پ) فرآیند ۳ تک دماست،

$\Delta S_۲ = nR\ln\frac{V_f}{V_i} + nC_V\ln\frac{T_f}{T_i}$

جملهٔ دوم در فرآیند تک دما صفر است.

$\Delta S_۲ = nR\ln\frac{V_f}{V_i}$

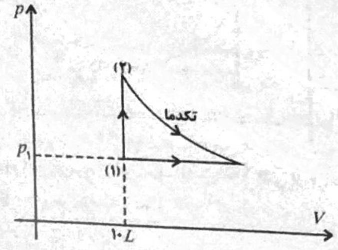
$\Delta S_۲ = ۴(۸/۳۱)\ln\frac{۱}{۲} = -۲۳/۰۴\,J/K$

(ت) فرایند ۲ تک فشار است. $\Delta S_{tot} = \Delta S_۱+\Delta S_۲+\Delta S_۳$

$\Rightarrow \Delta S_۲ = \Delta S_{tot}-\Delta S_۱-\Delta S_۳ = ۰-۰+۲۳/۰۴ = ۲۳/۰۴\,J/K$

۵۸- فرض کنید $۱/۰\,mol$ از یک گاز آرمانی تک اتمی که در آغاز ۱۰L و در دمای ۳۰۰K قرار دارد در حجم ثابت تا ۶۰۰K گرم می‌شود، سپس می‌گذاریم تا به طور تکدما تا رسیدن به فشار اولیهٔ خود منبسط شود و سرانجام در فشار ثابت تا حجم، فشار و دمای اولیه متراکم می‌شود. در طی این چرخه، (الف) انرژی خالص وارد شده به دستگاه (گاز) به صورت گرما و (ب) کار خالص انجام شده به وسیلهٔ گاز چقدر است؟ (پ) بازده چرخه چقدر است؟

حل:



(الف) فرآیند ۲←۱ تک حجم است؛

$$W_{12}=0$$

$$Q_{12}=nC_V(T_2-T_1)=\frac{3}{2}nR(T_2-T_1)=\frac{3}{2}(1)(8.31)(600-300)$$

$$Q_{12}=3739.5\,\text{J}$$

$$V_2=V_1=10\,L$$

$$T_3=T_2=600\,\text{k}$$

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow V_3=\frac{V_1T_3}{T_1}=\frac{10(600)}{300}=20\,L$$

فرآیند ۳←۲ تکدماست؛

$$\Delta E_{\text{int}}=0\Rightarrow Q_{23}=W_{23}=nRT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=1(8.31)(600)\ln\left(\frac{20}{10}\right)$$

$$=3456.03\,\text{J}$$

فرآیند ۱←۳ تک فشار است؛

$$Q_{31}=nC_p(T_1-T_3)=1\left(\frac{5}{2}\right)(8.31)(300-600)=-6232.5\,\text{J}$$

$$Q_{\text{tot}}=3739.5+3456.03-6232.5=963.03\,\text{J}$$

(ب) $\Delta E_{\text{int}}=0\Rightarrow W=Q=963.03\,\text{J}$

(پ) Q_H ، انرژی گرمایی مثبت است.

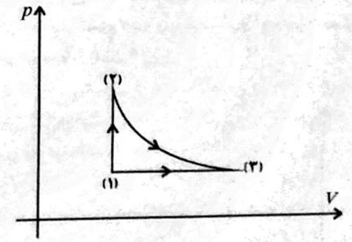
$$Q_H=3739.5+3456.03=7195.53\,\text{J}$$

$$\varepsilon=\frac{W}{|Q_H|}=\frac{963.03}{7195.53}=0.1338$$ یا ٪۱۳/۴

۵۹- ۲/۰۰mol از یک گاز دو اتمی با دمای اولیهٔ ۳۰۰K این چرخه را طی می‌کند: (۱) در حجم ثابت تا ۸۰۰K گرم می‌شود، (۲) سپس به طور تکدما تا فشار اولیه منبسط می‌شود، (۳) سپس در فشار ثابت تا حالت اولیه متراکم می‌شود. با فرض اینکه مولکولهای گاز نه چرخش می‌کنند و نه نوسان دارند، (الف) انرژی خالص انتقال یافته به گاز به صورت گرما، (ب) کار خالص انجام شده به وسیلهٔ گاز و (پ) بازده چرخه چقدر است؟

حل: با اینکه گاز دو اتمی معرفی شده است اما چون در فرض مسئله از دوران آن چشمپوشی شده است لذا می‌توان نوشت:

$$C_V=\frac{3}{2}R\ ،\ C_p=\frac{5}{2}R \text{ و } \gamma=\frac{5}{3}$$



(الف) انرژی گرمایی منتقل شده به دستگاه ناشی از فرآیند تک حجم ۲←۱ و فرآیند تک دمای ۳←۲ است.

$$Q_H=nC_V(T_2-T_1)+nRT_2\ln\frac{V_3}{V_2} \text{ که } V_2=V_1$$

با استفاده از قانون گازهای کامل در فرآیند تک فشار ۱←۳ داریم:

$$\frac{V_3}{V_1}=\frac{T_3}{T_1}=\frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow Q_H=nC_V(T_2-T_1)+nRT_2\ln\frac{T_2}{T_1}$$

$$=2\left(\frac{3}{2}\right)(8.31)(800-300)+2(8.31)(800)\ln\frac{800}{300}$$

$$=25500\,\text{J}$$

(ب) کار انجام شده در یک چرخه برابر گرمای منتقل شده به دستگاه است.

$$W=Q_{12}+Q_{23}+Q_{31}$$

$$Q_H=Q_{12}+Q_{23}$$

$$Q_{31}=nC_p(T_1-T_3)=nC_p(T_1-T_2)=\frac{5}{2}nR(T_1-T_2)$$

$$=\frac{5}{2}(2)(8.31)(300-800)=-20770\,\text{J}=Q_L$$

$$W=Q_H+Q_L=25500-20770=4730\,\text{J}$$

(پ) $\varepsilon=\frac{W}{|Q_H|}=\frac{4730}{25500}=0.185$ یا ٪۱۸/۵

۶۰- قطعه‌ای تنگستن به جرم ۴۵/۰g در دمای ۳۰/۰°C و قطعه‌ای نقره به جرم ۲۵/۰g در دمای ۱۲۰°C- با هم در یک محفظهٔ عایق‌بندی شده قرار داده می‌شوند. (در مورد گرماهای ویژه به جدول ۱۴-۳ نگاه کنید.) (الف) دمای تعادل چقدر است؟ تغییر انتروپی (ب) تنگستن، (پ) نقره، و (ت) دستگاه تنگستن- نقره هنگام رسیدن به دمای تعادل چقدر است؟

حل: در این فرآیند هیچ تغییر فازی دیده نمی‌شود، اندیس ۱ را برای تنگستن و اندیس ۲ را برای نقره انتخاب می‌کنیم،

$$Q_1+Q_2=0$$

$$m_1c_1(T_e-T_1)+m_2c_2(T_e-T_2)=0$$

$$(0.045)(134)(T_e-30)+(0.025)(236)(T_e+120)=0$$

$$6.03T_e-180.9+5.9T_e+708=0\Rightarrow T_e=-44.18^\circ\text{C}$$

(ب) $\Delta S_1=m_1c_1\ln\frac{T_e}{T_1}=(0.045)(134)\ln\left(\frac{273-44.18}{273+30}\right)$

$$\Delta S_1=-1.693\,\text{J/K}$$

(پ) $\Delta S_2=m_2c_2\ln\frac{T_e}{T_2}=(0.025)(236)\ln\left(\frac{273-44.18}{273-120}\right)$

$$\Delta S_2=2.37\,\text{J/K}$$

(ت) $\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2=-1.693+2.37=0.677\,\text{J/K}$

۶۱- یک میلهٔ مسی استوانه‌ای شکل به طول ۱/۵۰m و شعاع ۲/۰۰cm عایق بندی شده است تا از اتلاف گرما از سطح استوانه‌ای شکل جلوگیری شود. یک انتهای میله به منبع گرمایی در ۳۰۰/۰°C و انتهای دیگر آن به منبع گرمایی در ۳۰/۰°C متصل شده است. آهنگ افزایش انتروپی دستگاه میله - منبعها چقدر است؟

حل:

$$P_{\text{رسانش}}=kA\frac{|\Delta T|}{L}$$ ؛ گرمای عبوری از میله

$$=(401)(3.14)(2\times10^{-2})^2\frac{(300-30)}{1.5}$$

$$=90.66\,\text{J/s}$$

$$\Delta S_H=\frac{Q}{T}\Rightarrow\frac{\Delta S_H}{t}=\frac{H}{t}=\frac{-90.66}{273+30}=-0.158\ \text{(J/K)/s}$$

$$\Delta S_L=\frac{Q}{T}\Rightarrow\frac{\Delta S_L}{t}=\frac{H}{t}=\frac{90.66}{273+30}=0.299\ \text{(J/K)/s}$$

$$\frac{\Delta S_{\text{tot}}}{t}=0.299-0.158=0.141\ \text{(J/K)/s}$$

۶۲- یک یخچال آرمانی برای برداشتن ۵۶۰J انرژی به صورت گرما از اجزای سرد آن ۱۵۰J کار انجام می‌دهد. (الف) ضریب کارایی یخچال چقدر است؟ (ب) چقدر گرما در هر چرخه به آشپزخانه داده می‌شود؟

حل: (الف) $K_C=\frac{Q_L}{W}=\frac{560}{150}=3.73$

(ب) $Q_H=Q_L+W=560+150=710\,\text{J}$

۶۳- یک یخچال کارنو ۳۵/۰kJ انرژی را به صورت گرما در طی هر چرخه می‌گیرد و ضریب کارایی آن ۴/۶۰ است. (الف) انرژی هر چرخه که به صورت گرما به اتاق انتقال می‌یابد چقدر است؟ (ب) کار انجام شده در هر چرخه چقدر است؟ SSM

حل: (الف)

$$K=\frac{Q_C}{Q_H-Q_C}\Rightarrow Q_H=\frac{(1+k)}{k}Q_C=\frac{(1+4.6)}{4.6}(35)$$

$$=42.6\,\text{kJ}$$

(ب) $K=\frac{Q_C}{W}\Rightarrow W=\frac{Q_C}{K}=\frac{35}{4.6}=7.61\,\text{kJ}$

۶۴- چهار ذره در جعبهٔ عایق‌بندی شدهٔ شکل ۱۶-۱۷ قرار دارند. (الف) کمترین کثرت، (ب) بیشترین کثرت، (پ) کمترین انتروپی و (ت) بیشترین انتروپی دستگاه چهار ذره‌ای چقدر است؟

حل: (الف) $W_{\min}=\frac{N!}{n_1!n_2!}=\frac{4}{(4)!(0)!}=1$

(ب) $W_{\max}=\frac{N!}{n_1!n_2!}=\frac{4!}{(2)!(2)!}=6$

(پ) $\Delta S_{\min}=k\ln W_{\min}=k\ln1=0$

(ت) $\Delta S_{\max}=k\ln W_{\max}=(1.38\times10^{-23})\ln6$

$$=2.47\times10^{-23}\ \text{J/K}$$

۶۵- یک انتهای یک میلهٔ برنجی در تماس با منبع دمای ثابت ۱۳۰°C و انتهای دیگر آن در تماس با منبع با دمای ثابت در ۲۴/۰°C قرار دارد. (الف) وقتی ۵۰۳۰J انرژی از طریق میله از یک منبع به منبع دیگر رسانش شود، تغییر انتروپی کل دستگاه میله- منبعها را محاسبه کنید. (ب) آیا انتروپی میله تغییر می‌کند؟ GO

حل: (الف) $\Delta S_H=\frac{Q_H}{T_H}=-\frac{5030}{273+130}=-12.57\,\text{J/K}$

$$\Delta S_L=\frac{Q_L}{T_L}=\frac{5030}{273+24}=16.93\,\text{J/K}$$

$$\Delta S_{\text{tot}}=\Delta S_H+\Delta S_L=(-12.57)+16.93=4.45\,\text{J/K}$$

(ب) از آنجا که مقدار گرمایی که به هر قسمت از میله می‌رسد برابر با مقدار گرمایی است که همان قسمت از دست می‌دهد و به قسمت مجاور منتقل می‌کند، لذا آنتروپی میله تغییری نخواهد داشت.

۶۶- وسیله‌ای که هلیوم را مایع می‌کند در اتاقی با دمای ۳۰۰K قرار دارد. اگر دمای هلیوم داخل وسیله در ۴/۰K باشد، کمینهٔ نسبت Q_1/Q_2 چقدر است، که در آن Q_1 انرژی گرمایی داده شده به اتاق و Q_2 انرژی برداشته شده از هلیوم به صورت گرما است؟

حل: $\frac{|Q_H|}{T_H}=\frac{|Q_L|}{T_L}\Rightarrow\frac{|Q_{\text{to}}|}{|Q_{\text{from}}|}=\frac{T_{\text{to}}}{T_{\text{from}}}=\frac{300}{3}=75$

۶۷- دستگاه A با سه ذره و دستگاه B با پنج ذره در جعبهٔ عایق بندی شده‌ای مشابه با جعبهٔ شکل ۱۶-۱۷ قرار دارند. کمترین کثرت W (الف) دستگاه A و (ب) دستگاه B چقدر است؟ بیشترین کثرت W (پ) A و (ت) B چقدر است؟ بیشترین انتروپی (ث) A و (ج) B چقدر است؟ SSM

حل: کمترین کثرت W ، زمانی است که تمامی ذرات تنها در نیمی از جعبه قرار دارند و نیمه دیگر جعبه خالی است.

$$W_{\min}=\frac{N!}{n_1!n_2!}$$

(الف) $W_{\min A}=\frac{(3)!}{(3)!(0)!}=1$

(ب) $W_{\min B}=\frac{(5)!}{(5)!(0)!}=1$

(پ) بیشترین کثرت W ، زمانی است که تمامی ذرات در هر دو نیمه جعبه بصورت مساوی تقسیم شوند.

$$n_1=3\ ,\ n_2=1$$

$$W_{\max A}=\frac{(3)!}{(2)!(1)!}=3$$

(ت) $n_1=3\ ,\ n_2=2$

$$W_{\max B}=\frac{(5)!}{(2)!(3)!}=10$$

(ث) $S=k\ln W_{\max A}=(1.38\times10^{-23})\ln3=1.52\times10^{-23}\ \text{J/K}$

(ج) $S=k\ln W_{\max B}=(1.38\times10^{-23})\ln10=3.18\times10^{-23}\ \text{J/K}$

۶۸- بازده یک نیروگاه سوخت فسیلی که ۳۸۰ تن متریک زغال‌سنگ در هر ساعت برای تولید کار مفید با آهنگ ۷۵۰MW مصرف می‌کند، محاسبه کنید. گرمای اشتعال زغال سنگ (گرمای ناشی از سوخت آن) ۲۸ MJ/kg است.

حل: $W=Pt=(750\times10^6)(3600)=2.7\times10^{12}\ \text{J}$

$$\varepsilon=\frac{W}{|Q_H|}=\frac{2.7\times10^{12}}{10.6\times10^{12}}=0.255$$ یا ٪۲۵/۵

۶۹- دمای ۱/۰۰mol گاز آرمانی تک اتمی به طور برگشت‌پذیر از ۳۰۰K به ۴۰۰K افزایش داده می‌شود ولی حجم آن ثابت نگهداشته می‌شود. تغییر انتروپی گاز چقدر است؟

حل: $\Delta S=\int\frac{dQ}{T}=nC_V\int_{T=۳۰۰}^{۴۰۰}\frac{dT}{T}=\frac{۳}{۲}nR\ln\left(\frac{۴۰۰}{۳۰۰}\right)$

$=\frac{۳}{۲}(۱)(۸/۳۱)\ln(۱/۳۳۳)=۳/۵۹\,J/K$

۷۰- مسئله ۶۹ را در فشار ثابت تکرار کنید.

حل: $\Delta S=\int\frac{dQ}{T}=nC_p\int_{T=۳۰۰}^{۴۰۰}\frac{dT}{T}=\frac{۵}{۲}nR\ln\frac{۴۰۰}{۳۰۰}$

$=\frac{۵}{۲}(۱)(۸/۳۱)\ln(۱/۳۳۳)=۵/۹۸\,J/K$

۷۱- فرض کنید که ۲۶۰J از یک منبع با دمای ثابت در دمای ۴۰۰K به منبع دیگر در دمای (الف) ۱۰۰K ، (ب) ۲۰۰K ، (پ) ۳۰۰K و (ت) ۳۶۰K ، رسانش می‌شود. تغییر خالص در انتروپی ΔS_{net} منبعها در هر مورد چقدر است؟ (ث) وقتی اختلاف دمای دو منبع کاهش یابد، آیا ΔS_{net} افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان می‌ماند؟

حل: از آنجا که دمای منبع ثابت می‌ماند، فرآیند تک دماست.

$\Delta S_H=\frac{Q_H}{T_H}=-\frac{۲۶۰}{۴۰۰}=-۰/۶۵\,J/K$

(الف) $\Delta S_۱=\frac{Q_۱}{T_۱}=\frac{۲۶۰}{۱۰۰}=۲/۶\,J/K$

$\Delta S_{net_۱}=۲/۶-۰/۶۵=۱/۹۵\,J/K$

(ب) $\Delta S_۲=\frac{Q_۲}{T_۲}=\frac{۲۶۰}{۲۰۰}=۱/۳\,J/K$

$\Delta S_{net_۲}=۱/۳-۰/۶۵=۰/۶۵\,J/K$

(پ) $\Delta S_۳=\frac{۲۶۰}{۳۰۰}=۰/۸۷\,J/K$

$\Delta S_{net_۳}=۰/۸۷-۰/۶۵=۰/۲۲\,J/K$

(ت) $\Delta S_۴=\frac{۲۶۰}{۳۶۰}=۰/۷۲\,J/K$

$\Delta S_{net_۴}=۰/۷۲-۰/۶۵=۰/۰۷۲\,J/K$

(ث) با کاهش اختلاف دمای دو منبع، از نتایج فوق مشاهده می‌شود که تغییر آنتروپی خالص نیز کاهش می‌یابد.

۷۲- بازده یک ماشین کارنو با دمای منبع بالای ۴۰۰K برابر با ۳۰/۰٪ است. دمای منبع دمای پایین چقدر باید تغییر کند تا بازده ماشین به ۴۰/۰٪ برسد؟

حل: $\varepsilon_۱=۱-\frac{T_C}{T_H}\Rightarrow ۰/۳=۱-\frac{T_C}{۴۰۰}\Rightarrow T_C=۲۸۰K$

$\varepsilon_۲=۱-\frac{T_C+\Delta T}{T_H}\Rightarrow ۰/۴=۱-\frac{T_C+\Delta T}{۴۰۰}\Rightarrow T_C+\Delta T=۲۴۰$

$\Rightarrow ۲۸۰+\Delta T=۲۴۰\Rightarrow \Delta T=-۴۰K$

۷۳- در جعبه‌ای با N مولکول دو پیکربندی وجود دارد: پیکربندی A با تقسیم‌بندی مساوی مولکولها بین دو نیمهٔ جعبه و پیکربندی B با ۶۰/۰٪ مولکول در نیمهٔ چپ جعبه و ۴۰/۰٪ در نیمهٔ راست جعبه. به ازای $N=۵۰$ ، (الف) کثرت W_A پیکربندی A، (ب) کثرت W_B پیکربندی B و (پ) نسبت $f_{B/A}$ زمان صرف شده در پیکربندی A، چقدر است؟ به ازای $N=۱۰۰$ ، (ت) W_A، (ث) W_B و (ج) $f_{B/A}$ چقدر است؟ به ازای $N=۲۰۰$ ، (چ) W_A، (ح) W_B و (خ) $f_{B/A}$ چقدر است؟ (د) با افزایش N، f افزایش می‌یابد یا کاهش یا ثابت می‌ماند؟

حل: (الف) به ازای $N=۵۰$ ، در تقسیم مساوی مولکول‌ها کثرت W_A بصورت زیر است:

$$W_A=\frac{N!}{\left(\frac{N}{۲}\right)!\left(\frac{N}{۲}\right)!}=\frac{(۵۰)!}{(۲۵)!(۲۵)!}=۱/۲۶\times۱۰^{۱۴}$$

(ب) $W_B=\frac{N!}{(۰/۶N)!(۰/۴N)!}=\frac{(۵۰)!}{(۰/۶\times۵۰)!(۰/۴\times۵۰)!}$

$=\frac{(۵۰)!}{(۳۰)!(۲۰)!}=۴/۷۱\times۱۰^{۱۳}$

(پ) احتمال تمامی میکروحالت‌ها با یکدیگر برابر است؛

$f_{B/A}=\frac{W_B}{W_A}=\frac{۴/۷۱\times۱۰^{۱۳}}{۱/۲۶\times۱۰^{۱۴}}=۰/۳۷۳$ یا ۳۷/۳٪

(ت) به ازای $N=۱۰۰$ نیز بطور مشابه داریم،

$W_A=\frac{(۱۰۰)!}{(۵۰)!(۵۰)!}=۱/۰۱\times۱۰^{۲۹}$

(ث) $W_B=\frac{N!}{(۰/۶N)!(۰/۴N)!}=\frac{(۱۰۰)!}{(۰/۶\times۱۰۰)!(۰/۴\times۱۰۰)!}$

$=۱/۳۷\times۱۰^{۲۸}$

(ج) $f_{B/A}=\frac{W_B}{W_A}=\frac{۱/۳۷\times۱۰^{۲۸}}{۱/۰۱\times۱۰^{۲۹}}=۰/۱۳۶$ یا ۱۳/۶٪

(چ) به ازای $N=۲۰۰$ ، خواهیم داشت،

$W_A=\frac{(۲۰۰)!}{(۱۰۰)!(۱۰۰)!}=۹/۰۵\times۱۰^{۵۸}$

(ح) $W_B=\frac{(۲۰۰)!}{(۰/۶\times۲۰۰)!(۰/۴\times۲۰۰)!}=۱/۶۴\times۱۰^{۵۷}$

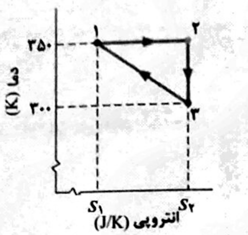
(خ) $f_{B/A}=\frac{W_B}{W_A}=\frac{۱/۶۴\times۱۰^{۵۷}}{۹/۰۵\times۱۰^{۵۸}}=۰/۰۱۸$ یا ۱/۸٪

(د) مشاهده می‌شود که با افزایش N، مقدار f کاهش می‌یابد.

۷۴- فرض کنید ۲/۰۰mol از یک گاز دو اتمی به طور برگشت پذیر چرخهٔ نشان داده شده در نمودار T-S شکل ۱۶-۳۴ را طی کند. که $S_۱=۶/۰۰J/K$ و $S_۲=۸/۰۰J/K$ است. مولکولها چرخش یا نوسان نمی‌کنند. انرژی انتقال یافته به صورت گرمای Q برای (الف) مسیر ۱→۲، (ب) مسیر ۲→۳ و (پ) کل چرخه چقدر است؟ (ت) کار W برای فرایند تکدما چقدر است؟ حجم $V_۱$ در حالت ۱ برابر با $۰/۲۰۰m^۳$ است. حجم در (ث) حالت ۲ و (ج) حجم حالت ۳ چقدر است؟

تغییر ΔE_{int} برای (چ) مسیر ۱→۲، (ح) مسیر ۲→۳ و (خ) کل چرخه چقدر است؟ (*راهنمایی*: بند (ح) را می‌توانید با

استفاده از بخش ۱۵-۸ در یک یا دو خط و با استفاده از بخش ۱۵-۱۱ در یک صفحه محاسبه کنید.) (د) کار W در فرایند بی‌دررو چقدر است؟



شکل ۱۶-۳۴ مسئلهٔ ۷۴

حل: (الف) فرآیند ۱→۲ تکدماست، لذا

$\Delta S_{۱۲}=\frac{Q_{۱۲}}{T_۱}\Rightarrow Q_{۱۲}=T_۱\Delta S_{۱۲}=۳۵۰(۸-۶)=۷۰۰J$

(ب) آنتروپی در فرآیند ۳→۲ ثابت است، از این رو

$\Delta S_{۲۳}=۰\Rightarrow Q_{۲۳}=۰$

(پ) انرژی گرمایی برابر سطح محصور زیر نمودار است؛

$Q=\frac{۱}{۲}(۳۵۰-۳۰۰)(۸-۶)=۵۰J$

(ت) در فرآیند تکدمای ۱→۲، است، لذا

$W_{۱۲}=Q_{۱۲}=۷۰۰J$

(ث) $W_{۱۲}=nRT_۱\ln\frac{V_۲}{V_۱}\Rightarrow ۷۰۰=۲(۸/۳۱)(۳۵۰)\ln\frac{V_۲}{۰/۲}$

$\Rightarrow ۰/۱۲=\ln\frac{V_۲}{۰/۱}\Rightarrow V_۲=۰/۲e^{۰/۱۲}=۰/۲۲۶m^۳$

(ج) فرآیند ۳→۲ بی‌دررو است، لذا

$Q_{۲۳}=۰\Rightarrow\left(\frac{V_۲}{V_۳}\right)^{\gamma-1}=\frac{T_۳}{T_۲}$

برای این گاز $\frac{۵}{۳}=\gamma$ است، چون گاز نه دوران و نه نوسان دارد و مانند گاز تک اتمی رفتار می‌کند.

$\Rightarrow\left(\frac{V_۲}{V_۳}\right)^{\frac{۵}{۳}-۱}=\frac{T_۳}{T_۲}$

$\Rightarrow V_۳^{۲/۳}=\left(\frac{T_۲}{T_۳}\right)V_۲^{۲/۳}=\left(\frac{۳۵۰}{۳۰۰}\right)(۰/۲۲۶)^{۲/۳}$

$\Rightarrow V_۳=[(۱/۱۷)(۰/۲۲۶)^{۲/۳}]^{۳/۲}=۰/۲۸۴m^۳$

(چ) فرآیند ۱→۲ تکدماست؛ $\Delta E_{int_{۱۲}}=۰$

(ح) $\Delta E_{int_{۲۳}}=nC_V(T_۳-T_۲)=\frac{۳}{۲}nR(T_۳-T_۲)$

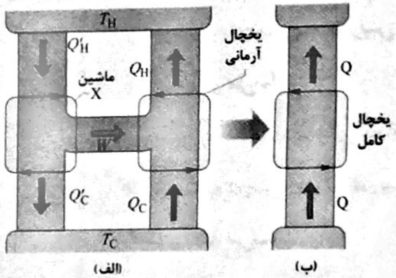
$=\frac{۳}{۲}(۲)(۸/۳۱)(۳۰۰-۳۵۰)=-۱۲۵۰J$

(خ) در یک چرخهٔ کامل $\Delta E_{int}=۰$ است.

(د) فرآیند ۳→۲ بی‌دررو است، لذا $Q_{۲۳}=۰$ است و

$W=-\Delta E_{int}=۱۲۵۰J$

۷۵- مخترعی ماشین X را ساخته و ادعا می‌کند که بازده ε_X آن بزرگتر از بازده ε یک ماشین آرمانی است که میان همان دو دما کار می‌کند. فرض کنید ماشین X را به یک یخچال آرمانی متصل کنیم (شکل ۱۶-۳۵ الف) و چرخهٔ ماشین X را طوری تنظیم کنیم که کاری که در هر چرخه انجام می‌شود برابر با کاری باشد که در هر چرخهٔ یخچال آرمانی مورد نیاز است. این ترکیب را یک دستگاه واحد در نظر بگیرید. نشان دهید که اگر ادعای مخترع صحیح باشد (اگر $\varepsilon_x>\varepsilon$)، دستگاه مرکب، با انتقال انرژی به صورت گرما از منبع با دمای پایین به منبع با دمای بالا بدون نیاز به کار، به صورت یک یخچال کامل (شکل ۱۶-۳۵ ب) عمل خواهد کرد.



شکل ۱۶-۳۵ مسئلهٔ ۷۵

حل: برای بازده یخچال ایده‌آل داریم:

$\varepsilon=\frac{W}{Q_H}\Rightarrow W=\varepsilon Q_H$

بازده ماشین x نیز بصورت زیر است:

$\varepsilon_x=\frac{W}{Q'_H}\Rightarrow W'=\varepsilon_x Q'_H$

از آنجا که فرض شده است این ترکیب بصورت یک دستگاه واحد در نظر گرفته شود، لذا $W=W'$ است. یعنی،

$\varepsilon Q_H=\varepsilon_x Q'_H\Rightarrow\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon}=\frac{Q_H}{Q'_H}$

مخترع ادعا کرده است که موتور برای کار به گرمای کمتری از موتور آرمانی (کارنو) نیاز دارد، از این رو $Q_H>Q'_H$ است.

$\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon}=\frac{Q_H}{Q'_H}>1\Rightarrow\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon}>1\Rightarrow\varepsilon_x>\varepsilon$